

Ļ

INSTITUUT VOOR METEOROLOGIE EN OCEANOGRAFIE

Rijksuniversiteit - Utrecht

Enkele metingen aan drainerende zeepvliezen

R.C. Kloosterziel D. van Straten

v 81-35

SAMENVATTING.

Dit is het verslag van een onderzoek naar het dynamisch gedrag van een verticaal opgesteld zeepvlies, dat gedaan werd in het kader van het voorcandidaatspracticum natuurkunde te Utrecht. Dit onderzoek is gedaan op het van 't Hoff lab voor fysische en colloid chemie onder leiding van de heer J.Joosten, waarbij gebruik gemaakt werd van de aldaar aanwezige opstelling.

De dikte van een zeepvlies werd bepaald d.m.v. intensiteitsmetingen van een aan het vlies gereflecteerde bundel laserlicht. In het diktegebied van 60 tot 500 nm. vinden we dat de dikte voldoet aan een vergelijking van de vorm:

 $dh/dt = K.h^{\alpha}$ (K en α zekere constanten) hetgeen neerkomt op een machtsverval van de dikte met de tijd. De dimensieloze exponent α , die niet van de hoogte in het vlies lijkt af te hangen, werd bepaald op: $\alpha = 2.27 \pm 0.03$. De waarde $\alpha = 2.5$ die volgt uit het eenvoudige model voor marginal regeneration toont de noodzaak van een beter model aan. Samenvatting.

§	1.	Voorwoord.	-	1	-
§	2.	Zeepvliezen.	-	2	-
§	2.1	Algemeen.			
§	2.2	Grensvlakken en Oppervlaktespanning.			
§	2.3	Laplacedruk.	-	3	-
§	2.4	Krachten in een Zeepvlies.			
§	2.4.1	Het Bestaan van Zeepvliezen.	-	4	-
§	2.4.2	Splijtdruk.			
§	2.4.3	Moleculaire Verklaring.	-	5	-
§	2.5	Evenwichtscondities.	-	6	<u>-</u>
§	2.6	Filmdrainage.			
§	2.6.1	Dimensieanalyse.		8	-
§	2.6.2	Drainage van Rigide Films.	-	9	-
§	2.6.3	Eenvoudig Model voor Marginal Regeneration.			÷
§	3.	Experiment.	-	12	-
§	3.1	Opstelling.			
§	3.2	Metingen.	-	14	-
§	3.2.1	Brekingsindex.			
§	3.2.2	Meetseries.			
5	4.	Verwerking.	-	15	.
§	4.1	Apple programma.	-	16	-
§	4.2	De Nova.	-	17	
5	5.	Resultaten en Conclusies.	-	18	-
5	5.1	Resultaten.			
5	5.2	Conclusies.	-	19	-
8	5.3	Discussie.			
8	6.	Grafieken.	-	20	
		Literatuur.		32	-
A	ppendi	x I : Formule van Airy.			
ł	ppendi	x II : Pulfrich Refractometer.			

Appendix III: Listings.

§ 1. Voorwoord.

Om onduidelijke redenen gebeurde het dat wij ons op een avond aan het verbazen waren over het bestaan van zeepbellen. We realiseerden ons dat het mogelijk is om in de natuurkunde af te studeren zonder méér te kunnen zeggen dan: ' Zeepbellen,... heeft dat niet met oppervlaktespanning te maken ? '. Onze verbazing werd al snel omgezet in plannen om er eens wat aan te meten. We moesten allebei ons voorcandidaats-practicum nog afmaken en gezien de redelijk flexibele regelingen hierbij, leek het ons aardig dit idee in het C-practicum in te passen. Na enig rondvragen bleek al snel dat er in Utrecht bij de vakgroep colloïdchemie een uitgebreid zeepvliezen project aan de gang was. De heer J.Joosten bleek bereid ons te begeleiden bij een experimentje dat twee weken zou duren. Daarbij konden we beschikken over een schitternde opstelling. Deze opstelling wordt gebruikt om aan aan oppervlaktegolven op zeepvliezen te meten. Door naar de verstrooing van licht aan het vlies te kijken, kan men de dispersierelatie van deze golven meten. Deze dispersierelatie, die ook op grond van de theorie bepaald kan worden, levert dan een test voor het (in essentie in § 2.4.3 gepresenteerde) zeepvliesmodel (zie [6]). Het zeepvliezen onderzoek vormt weer een deel van het meer algemene onderzoek naar de stabiliteit van colloïdale systemen ('DLVO-theorie'), een gebied waarop Nederland een naam heeft hoog te houden.

Die twee weken werden drie maanden, waarin van onze aanvankelijk ambitieuze plannen maar weinig terecht kwam. Dit lag niet in de laatste plaats aan de gezellige sfeer binnen de vakgroep. Dat dit verslag er toch is gekomen is vooral te danken aan de geduldige Jacques-'nieuwe ronden, nieuwe dubbeltjes'-Joosten en Henk-'hexadecimaal'-Mos.

§ 2. ZEEPVLIEZEN.

§ 2.1 Algemeen.

Zeepbellen en zeepvliezen mogen zich verheugen in een al eeuwen oude wetenschappelijke interesse. Newton en Hooke beschreven al de mysterieuze processen die men eenvoudig met het blote oog kan waarnemen: de verandering van de kleurpatronen, het verschijnen van de 'black spots' en het tenslotte helemaal zwart worden of ook vaak het uiteen spatten van de zeepbel. Hoewel het leven van de thuis vervaardigde zeepbellen vaak kort is (~minuten), heeft men hier toch te maken met een echte thermodynamisch metastabiele toestand. Dewar slaagde er al in een zeepvlies door zorgvuldige conditionering 3 jaar lang te bewaren.(zie[5]). Ook door geschikte keuze van de zeep kan men de levensduur enorm vergroten (zie[9]), tot wel zo'n 10 jaar. Hoewel Lord Rayleigh als eerste een foto (!) van een uiteenspattende zeepbel maakte (zie[4]), gaat de meeste wetenschappelijke belangstelling thans toch uit naar zeepfilms in evenwicht of de nadering naar dat evenwicht.

Alvorens over te gaan tot de behandeling van het evenwicht en het naderen daartoe bespreken we hier kort enkele begrippen die, ons inziens, van belang zijn.

§ 2.2 Grensvlakken en Oppervlaktespanning.

Een 2-dimensionale ruimtelijke uitgebreidheid die de scheiding vormt tussen 2 thermodynamische fasen noemen we een grensvlak. Men kan hierbij bijvoorbeeld denken aan een vloeistof in evenwicht met zijn damp. Het is een experimenteel gegeven dat er in de natuur een tendens bestaat dit oppervlak zo klein mogelijk te maken. De contractiekrachten die verantwoordelijk zijn voor deze tendens zijn een uiting van het verschijnsel oppervlaktespanning: om een oppervlak van A naar A+dA te vergroten moet een arbeid dW = γ dA verricht worden. De constante γ ($[\gamma] = N/m$) heet de oppervlaktespanning. Er geldt: dU = dW + dQ (U inwendige energie; dQ opgenomen warmte) = γ dA + TdS (T temperatuur ; S entropie)

Met F = U-TS (F is de vrije energie) volgt dat:

dF =-SdT + γdA ofwel:

 $(\partial F/\partial A)_T = \gamma$ d.w.z. de oppervlaktespanning kan geïnterpreteerd

worden als een vrije energie per oppervlakte eenheid. We kunnen het bestaan van de grensvlakspanning op molekulaire basis begrijpen: stel we beschouwen een vloeistof in evenwicht met z'n damp. In de vloeistof zijn de deeltjes, door de molekulaire aantrekking, meer gebonden en minder bewegelijk dan de deeltjes in de dampfase. Het gevolg is dat zowel U als S in de dampfase groter zijn. Omdat zowel U als S continu moeten verlopen wanneer we van de ene fase door het grensvlak de andere binnen gaan, volgt het bestaan van een grenslaag: een laag waarin U en S waarden tussen die van damp en vloeistof in hebben.



figuur 2.1

Hieruit volgt dat voor een deeltje dat zich in de grenslaag bevindt de interactiekrachten met z'n buurdeeltjes geen evenwicht kunnen maken (door de niet-symmetrische omhulling); er resulteert een netto kracht die naar de vloeistof gericht is. In een evenwichtssituatie wordt deze kracht gecompenseerd door een thermodynamische kracht: de extra bewegelijkheid (t.o.v. de vloeistoffase) in het grensvlak. (voor meer uitvoerige beschrijving zie**[]**).

§ 2.3 Laplace druk

Over een gekromd oppervlak moet er een druksprong, ook wel Laplacedruk genaamd, bestaan. Immers:



figuur 2.2

door de oppervlaktespanning ondervindt een oppervlakte elementje dA, naast de aan beide kanten heersende hydrostatische drukken p, en p, een kracht loodrecht op het oppervlak en zó gericht dat onder invloed van deze kracht alleen het vlak recht zou trekken. Om krachtenevenwicht op dit oppervlakje te hebben moet dus gelden: $p = p + P_L$. We zullen nu deze druksprong PL, die dus essentieel van de oppervlaktespanning afhangt, in een eenvoudige situatie berekenen.

Beschouw een druppel met straal r en oppervlaktespanning γ .



figuur 2.3

Met een dunne injectienaald spuiten we nu adiabatisch een infinitesimale hoeveelheid vloeistof dV in. Volgens dW = γ dA is de verrichtte arbeid (p, - p,).dV gelijk aan γ dA. Voor een bolvormige druppel geldt: V= $4\pi r^3/3$ en A= $4\pi r^2$. Dit combinerend levert dan:

$$P_{L} = P_{I} - P_{O} = 2\gamma/r$$

Voor een willekeurig gevormd oppervlak geldt:

$$P_{L} = \gamma (1/R_{1} + 1/R_{2})$$

(2.1)

voor de druksprong in het punt x, waarbij R_1 en R_2 de z.g. hoofdkromtestralen van het oppervlak in het punt x zijn.

Uit (2.1) volgt dat de dampspanning van een druppeltje groter is naarmate zijn straal kleiner is. Dit heeft gevolgen voor het condensatieproces in gassen (zie**[1]**). Ook is de Laplacedruk verantwoordelijk voor de capillaire werking en speelt een rol in zeepvliezen.

§ 2.4 Krachten in een Zeepvlies

We zullen hier geen poging doen een definitie te geven van een zeepvlies, of algemener een vloeistoffilm in een gas (zie**[5]**). We zullen er ruwweg onder verstaan: een 'dunne' waterachtige laag, die een thermodynamisch (eventueel metastabiel) evenwicht representeert.

In de nu volgende paragrafen behandelen we kort enige belangrijke zaken die met zeepvliezen samenhangen.

§ 2.4.1 Het Bestaan van Zeepvliezen.

Wanneer we een draadraampje in een zeep-oplossing dompelen dan ontstaat bij het omhoog trekken (soms) een zeepvlies (zie**[4]**).



Maakt de film eerst de indruk over zijn hele oppervlak even dik te zijn, bij nadere beschouwing blijkt aan de randen, d.w.z. in de omgeving van het draadraampje, verdikking op te treden, zoals in figuur 2.4 is aangegeven. Dit gebied wordt de Plateau-border genoemd en het optreden hiervan is het gevolg van de adhesie tussen de vloeistof en het draadraampje.

§ 2.4.2 Splijtdruk.

In figuur 2.5 is een horizontaal opgesteld zeepvlies afgebeeld, met een klein gaatje in het draadraampje, waaraan een U-buis verbonden is.



figuur 2.5

Doordat bij de Plateau-border beide oppervlakken van het zeepvlies gekromd zijn, moet volgens het bestaan van de Laplacedruk de hydrostatische druk p_i in het vlies lager zijn dan p_0 , de buiten druk, hetgeen men door het zakken van het vloeistofniveau in de U-buis kan constateren. Wanneer we kijken in een punt a in het vlakke, dunne gedeelte van het vlies, dan moeten we constateren dat:

(i) $p_a = p_i$, anders zou er vloeistof door het vlies gaan stromen, hetgeen niet optreedt, daar we een evenwichtssituatie bekijken. (ii) $P_L(a) = 0$, omdat het vlies in a vlak is.

Aangezien p, kleiner dan p, is, moet er in het dunne, vlakke gedeelte nog een andere kracht werken, die de druksprong p, p, compenseert. Deze kracht, die er dus voor zorgt dat het zeepvlies niet in elkaar gedrukt wordt, wordt aangeduid met de term 'disjoining pressure' of splijtdruk Π_p . In de situatie van figuur 2.5 heeft men dus: $p - p = \Pi_p$.

§ 2.4.3 Moleculaire Verklaring.

Om de oorsprong van de splijtdruk op moleculaire basis te herleiden moeten we iets weten over de structuur van een zeepvlies. Sinds de tijd van Gibbs neemt men aan dat een zeepvlies een z.g. 'sandwich-structuur' heeft (zie**[5]**).

A

5

В

(2.2)

A figuur 2.6

Het vlies wordt gevormd door een waterachtige oplossing (B), die ingesloten wordt door twee monolagen van zeepmoleculen (A). De hydrophobe organische 'staarten' steken uit het vlies, de anorganische hydrophiele 'koppen' van de zeepmoleculen ioniseren gedeeltelijk in de waterachtige massa. Men denkt zich de splijtdruk meestal in essentie opgebouwd uit twee tegengesteld werkende krachten, te weten: a) De van der Waals attractie en

b) De electrische dubbellaagrepulsie.

P.,,

 $= -A/6\pi h^3$

a) De van der Waals attractie vindt zijn oorsprong in de fluctuerende dipooldipool wisselwerking en levert voor de interactieenergie van twee deeltjes, gescheiden door een afstand r van de vorm:

 $U(r) = -K/r^6$, met K een constante. Voor een configuratie als in figuur 2.6 volgt dan door integratie een kracht/oppervlak term van de vorm:

met A de z.g. 'Hamaker-de Boer'-constante en h de dikte van het vlies. (we rekenen krachten met een minus-teken indien ze trachten het vlies te verdunnen). Door correlaties tussen de fluctuaties in de dipoolmomenten mee te nemen verkrijgt men enigszins andere formules (zie**5** en **[6]**).

b) Doordat de 'koppen' van de zeepmoleculen geioniseerd zijn, kan men het zeepvlies opvatten als twee geladen platen met daartussen de waterige massa waarin de tegenionen van de zeep opgelost zijn. Bij gegeven geometrie kan men nu uitrekenen hoe deze vrije ionen zich onder het electrisch veld (t.g.v. hun eigen veld en dat van de monolaag verdelen. Het blijkt dan dat er een netto afstoting tussen de monolagen resulteert. Deze afstotende term wordt gegeven door:

 $P_{E} = 64.C_{+}.RT.\Phi^{2}.exp(-\kappa.h)$ (2.3)

waarin C_t de ionenconcentratie is, Φ = tanh(e. $\psi/4kT$) en κ de z.g. 'reciproke dubbellaagdikte' die uitgedrukt kan worden in bekende grootheden. ψ is de waarde van de potentiaal op de wand. Dit is in feite de enige onzekere grootheid in de formule; ze is experimenteel moeilijk te bepalen.(zie**[6]**).

De splijtdruk kunnen we nu schrijven als: $\Pi_{\mathbf{b}} = P_{\mathbf{w}} + P_{\mathbf{E}}$ en is dus in essentie bekend als functie van h, de dikte van het zeepvlies.

§ 2.5 Evenwichtsconditie voor een Verticaal opgesteld Zeepvlies.

Wanneer een zeepvlies verticaal uit een bulk oplossing getrokken wordt dan speelt, benevens de reeds besproken krachten, ook de zwaartekracht een rol. We beschouwen nu de situatie waarin de onderkant van het vlies nog juist in de oplossing hangt. Zie figuur 2.7.



figuur 2.7

Voor het verticale krachten evenwicht hebben we:

$$\rho_{1}(z) + \rho_{2}g \cdot z = p_{1} + \rho_{2}g \cdot z$$
 (2.4)

met $\rho_{\mathbf{v}}$ en $\rho_{\mathbf{c}}$ de dichtheden van water en lucht, g de valversnelling. (vgl. de situatie bij een Torricelli-buis).

Voor het horizontale krachten evenwicht hebben we, door naar de drukken op het oppervlak te kijken:

$$p_{0} = p_{1}(z) + P_{1}(z) + \Pi_{0}(h(z))$$
(2.5)

Formule (2.4) en (2.5) combinerend vinden we:

$$(\rho - \rho) \cdot g \cdot z = P_{L}(z) + \Pi_{D}(h(z))$$
 (2.6)

In het dunne, vlakke gedeelte van de film ($P_{L}(z) = 0$) komt er

 $(\rho - \rho)g.z = \Pi_{\mathbf{p}}(h(z))$ (2.7)

Deze laatste vergelijking levert, in combinatie met (2.2) en (2.3), een impliciete relatie voor h(z), het dikteprofiel van een evenwichtsfilm.

§ 2.6 Filmdrainage.

Wanneer een zeepvlies dikker is dan de dikte volgens (2.7), dan is het vlies niet in evenwicht. Er zal dan stroming van vloeistof gaan optreden, net zolang tot het evenwicht bereikt is. Dit geheel van stromingsprocessen vat men samen onder de term drainage.

Gelet op dit drainageproces verdeelt men films in twee min of meer verschillende klassen: mobiele en rigide films . (zie[5]en[8]).

De verschillen tussen beiden treden het duidelijkst naar voren bij drainage van films in verticaal opgestelde rechthoekige draadramen.

Mobiele films draineren snel d.w.z. in enkele minuten. Tijdens het drainage proces blijft het dikteprofiel regelmatig, hetgeen men kan constateren door op de strakke interferentiebanden, die horizontaal over het vlies lopen, te letten. Bij de verticale Plateau-borders kan men turbulente bewegingen in het oppervlak waarnemen.

Rigide films draineren veel langzamer. Het kan uren duren voordat enige significante dikteverandering waar te nemen is. De interferentiebanden zijn veel minder regelmatig , hetgeen een aanwijzing is voor locale dikteveranderingen. Langs de Plateau-borders is geen beweging waar te nemen: rigide films lijken bewegingsloos.

Men zoekt de verklaring voor deze verschillen in de structuur van de stabiliserende monolagen van de vliezen. Bij rigide films zouden deze monolagen bestaan uit een flexibele maar coherente structuur van dicht opeen gepakte zeepmoleculen. Bij grotere dikte (>100 nm.) is de splijt-druk-term i.h.a. verwaarloosbaar en stroomt de filmvloeistof onder invloed van de zwaartekracht weg. Door de viscositeit en de toch zeer geringe afstand tussen de monolagen is dit een zeer langzaam proces. Stroomsnelheden die optreden liggen typisch in de orde van enkele mm/uur. (zie[5] en § 2.6.2).

Bij mobiele films neemt men aan dat er nog een ander transportproces in het spel is: de z.g. 'Marginal Regeneration'. Dit is een proces waarbij dikkere filmelementen in hun geheel (d.w.z. vloeistof +oppervlakte elementen) naar de Plateau-borders worden gezogen (waar de druk immers lager is). Door de (veronderstelde) geringere coherentie van het oppervlak kunnen deze elementen relatief snel bewegen, in orde van mm/sec.(zie[8]en 2.6.3). Om voor het oppervlakteverlies te compenseren vindt tegelijkertijd transport van dunnere elementen van de borders af plaats. Schematisch is dit weergegeven in figuur 2.8



figuur 2.8

Aldus zou de marginal regeneration hypothese een verklaring zijn voor de snellere drainage van mobiele films. Rigide films zijn namelijk niet in staat door middel van dit proces te draineren.



figuur 2.9

Omdat het oppervlak hier niet mee kan stromen zal, wanneer de vloeistof in de buurt van de border weggezogen is, er een z.g. 'bottle-neck' gevormd worden,(zie figuur 2.9) waarna verdere stroming onmogelijk is.

Voor zowel rigide als mobiele films kan verdamping een belangrijke bijdrage leveren aan het dunner worden (zie**[8]**). Aangezien we in ons experiment slechts te maken zullen krijgen met films die in evenwicht zijn met hun damp (zie §3.2) zullen we deze factor verder buiten beschouwing laten.

§ 2.6.1 Dimensieanalyse.

In het experiment zijn we geïnteresseerd in het drainage gedrag van onze film. Meer precies willen we weten wat de dikte van het vlies, gemeten op een bepaalde plaats in het vlies, is als functie van de tijd. Ruwweg kunnen we het dikte domein verdelen in een gebied waarbij splijtdruk nog geen rol speelt en een gebied waar deze kracht wel van belang is. We beperken onze analyse tot eerst genoemde domein. Bij de drainage kunnen dan de volgende factoren een rol spelen:

1. ρg	; $\rho g = M \cdot L^{-2} \cdot T^{-2}$; zwaartekrachtseffecten
2. ŋ	; $[n] = M.L^{-1}.T^{-1}$; viscositeit
3. γ	; [Y] = M.T ⁻²	; oppervlaktespanning
4. δ	; [δ] = L	; 'karakteristieke' lengte
5. v	; $v = L T^{-1}$; snelheid

Zwaartekrachtseffecten kunnen op twee verschillende manieren naar voren komen. Ten eerste in de vorm van de visceuse zwaartekrachtsuitstroming, en ten tweede als zijnde bepalend voor de grootte van de Laplacedruk (zie formule (2.6)) die, net als de oppervlaktespanning, van belang zal zijn bij marginal regeneration. Verder zijn er allerlei 'karakteristieke lengtes' in het spel: de dikte van het vlies, de lengte van de Plateau-border etc. Al deze lengtes geven we hier even aan met δ .

We willen nu kijken wat voor snelheden we uit uit de eerste vier grootheden kunnen construeren. We stellen:

 $v = (\rho g)^{a} (n)^{b} (\gamma)^{c} (\delta)^{d}$

Dimensies vergelijken levert:

М	:	0 = a + b + c	waaruit volgt:	a =	α	;a willekeurig
L	:	1 = -2a - b + d		b =	-1	
Т	:	-1 = -2a - b - 2d		c =	1-α	
				d =	2α	

De algemene vorm wordt:

 $\mathbf{v} = (\rho \mathbf{g})^{\alpha} (\eta)^{-1} (\gamma)^{1-\alpha} (\delta)^{2\alpha}$

Hieruit kunnen we twee onafhankelijke snelheden destilleren:

waarvan we verwachten dat ze belangrijk zijn in het drainage proces. Ter oriëntatie geven we hier de grootte ordes (δ = 200 nm ; γ = 4.10⁻² N/m ; $\eta = 3.5 \ 10^{-3} \text{Ns/m}^2$)

 $V_{g} = .5 \text{ mm/uur}$

 $V_{-} = 10 \text{ m/s}$

Zonder een expliciet fysisch model komen we nu dus niet verder dan de constatering dat er voor elke snelheid (in het bijzonder voor de drainage snelheid dh/dt) een relatie van de vorm:

 $F(v/V_{g},v/V_{d}) = 0$ moet bestaan ('I-theorema'). We bespreken nu twee situaties waarin we dh/dt kunnen bepalen.

§ 2.6.2 Drainage van Rigide Films.

We beschouwen hier zuiver gravitationele uitstroming. Met het oog op vgl. (2.10) zal dit een langzaam proces zijn. We maken daarom de benadering dat het stromingsprofiel stationair is, en er alleen een verticale snelheidscomponent is (in deze benadering is de snelheid van de wanden dus nul).



figuur 2.10.

(2.12)

Voor de stroming geldt de Navier-Stokes vergelijking:

$$\rho d\vec{v}/dt = - \vec{\nabla}P + \eta \cdot \Delta \vec{v}$$

In ons geval is geval is $d\vec{v}/dt = 0$; $P = -\rho gz$; $\vec{v} = (0,0,v(x))$ We leggen de 'no-slip' randcondities op: $v(-\frac{1}{2}h)=v(\frac{1}{2}h)=0$. Dit levert voor de stroming:

$$v(x) = -(\rho g/2\eta) \cdot (x^2 - (\frac{1}{2}h)^2)$$

De flux Φ door het horizontale vlak op hoogte z wordt gegeven door:

$$\Phi = L.\int v(x) dx = L.\rho gh^3/12\eta$$

Nemen we aan dat er geen vloeistof aan de bovenkant bijkomt, dan is deze flux gelijk aan de verandering per tijdseenheid van het volume van de film boven het genoemde vlak. Dus:

 $dVolume/dt = L.z'.dh/dt = -\Phi$

waaruit volgt:

$$dh/dt = -(\rho g/12 n z') \cdot h^{3}$$

Door eenvoudige integratie van (2.12) volgt nu:

$$h(t) = C.(1/t-t_0)^{1/2}$$
; $C = (4\eta z'/\rho g)^{1/2}$ (2.13)

We merken op dat deze afleiding inconsistent is; voor een betere afleiding die leidt tot dezelfde conclusie zie $\lceil \delta \rceil$.

§ 2.6.3 Eenvoudig Model voor Marginal Regeneration.

We presenteren hier, in navolging van Frankel [8], een eenvoudig model ter beschrijving van het marginal regeneration proces.

In figuur 2.11, een horizontale doorsnede van het vlies, onderscheiden we drie gebieden.



figuur 2.11

I. de Plateau-border ; II. overgangsgebied tussen I en III ; III. het vlakke gedeelte.

In gebied I geldt, indien er geen stroming plaats vindt:

 $\rho gz = P_{I}(z)$ (formule (2.6) met $\Pi_{D} = 0$).

Als er wél stroming langs de Plateau-border plaatsvind (zoals we verwachten bij marginal regeneration), is er een reductie van de druk volgens Bernoulli. We vervangen dan z door een equivalente gereduceerde hoogte z die we voortaan met z zullen aangeven. In gebied I kunnen we de rand van het vlies benaderen met twee cylinders met kromtestraal R, zodat m.b.v. formule (2.1)($R_1 = R$; $R_2 = \infty$) volgt dat:

$$R = \gamma / \rho g z$$

(2.14)

(2.15)

De rand in gebied II beschrijven we met een functie y(x). Voor de kromtestraal in gebied II geldt dan algemeen:

$$1/R(x) = y''/(1 + (y')^2)'''$$

In gebied II is $(y')^2 << 1$. We benaderen dan: 1/R(x) = y''Ter plekke x heerst een drukgradiënt ter grootte van:

$$dP/dx = -dP_1/dx = -\gamma_y^{**}$$

Volgens de Navier-Stokes vergelijking levert dit een flux door het vlak x=cte van de vorm:

(Men kan ook in de fluxformule van \S 2.6.2 ρ g vervangen door $\gamma y'''$ en h door 2y)

We stellen ons nu voor dat gebied II met snelheid v uit de border getrokken wordt (het oppervlak beweegt mee). Dit levert een extra flux van 2vy, zodat de totale flux de som van deze twee termen is.

In een stationair proces is deze flux gelijk aan de flux door de overgang tussen gebied II en III, dus v.h , met h de dikte in gebied III. Er volgt dan:

$$vh = 2vv + 2\gamma v^3 v'''/3n$$

ofwel in dimensieloze variabelen:

$$Y^{3}d^{3}Y/dX^{3} = 1 - Y$$

met Y = 2y/h en X = $(24v\eta/\gamma)$.x/h

Het blijkt (zie**[8]**) dat bij numeriek integreren van deze vergelijking, dat voor de oplossing met $Y \rightarrow 1$ voor $X \rightarrow \infty$, dat geldt :

$$\lim_{X \to -\infty} d^2 Y/dX^2 = .64 =: \beta$$

Om onduidelijke redenen neemt Frankel 6 nu aan dat:

$$1/R = (y'')_{-\infty}$$

ofwel dat de kromming in de Plateau-border, R, in verband gebracht kan worden met deze 2^e-afgeleide. Er volgt dan door combinatie van (2.14) en (2.15) dat: 2/2

 $\rho g z / \gamma = (1/2h) \beta (24v\eta/\gamma)^3$

waaruit:

$$v = C \cdot V_{0} \cdot (\rho g z h/\gamma)^{3/2} ; C = 1/3\beta^{3/2}$$

= C \cdot (V_{0}^{3}/V_{0})^{1/2} (z/h)^{3/2} (2.16) (a,b,c)
= \lambda \cdot h^{3/2} ; \lambda = C \cdot V_{0} \cdot (\rho g z/\gamma)^{3/2}

Formule (2.16)c levert dus een verband tussen de dikte h de snelheid waarmee er film uit de border getrokken wordt. Met formule (2.10) en (2.11) volgt nu uit (2.16)b dat:

$$v \simeq 1 \text{ mm/s}$$

hetgeen in de goede orde van grootte lijkt te zijn. Voor filmelementen die de border ingezogen worden vinden we soortgelijke formules als (2.16), zij het met een andere waarde voor C. Onze veronderstelling is nu verder dat dit in en uit de border bewegen van filmelementen van verschillende dikte vervangen mag worden door een netto flux, die overeenkomt met een effectieve snelheid die voldoet aan $v = \mu \cdot h^{3/2}$, zoals (2.16)c. Deze μ zal, behalve van de grootheden in λ , ook nog afhangen van de verhouding van de volumina van de in en uitstromende elementjes.

We schrijven weer $\Phi = h \int \vec{v} \cdot d\vec{n} = -dVolume/dt = -0.dh/dt$ Met de aangenomen vorm voor v volgt nu eenvoudig:

$$dh/dt = -K.h^{3/2}$$
; K een constante (2.17)

Men vindt nu een $h(t) \sim (1/t)$ wet.

Hoewel op bovenstaande 'afleiding' tal van aanmerkingen en vormen van kritiek mogelijk zijn, denken we toch dat formule (2.17) het beste is dat bereikbaar is voor een theorie over marginale regeneratie die volgens bovenstaande lijnen verloopt. Met name de exponent 5/2 lijkt ons moeilijk te veranderen. We zouden kunnen besluiten met de vraag: 'Wie weet er een betere theorie! '

§ 3. Experiment.

Het doel van ons experiment was het meten van de dikte van een drainerend zeepvlies als functie van de tijd. Conceptueel is zo'n dikte-meting vrij eenvoudig: wanneer we een laserstraal op een zeepvlies laten vallen, dan kunnen we de gereflecteerde intensiteit van het licht meten. Door interferentie van het aan de voor-en achterzijde gereflecteerde licht is deze intensiteit afhankelijk van de dikte van het vlies. Tijdens het drainageproces doorloopt deze intensiteit aan aantal maxima en minima. Wanneer we nu weten (tot op $\sim \frac{1}{2}\lambda$) tot welke einddikte ons vlies draineert, dan is de dikte op een willekeurig tijdstip terug te rekenen.

Om de gemeten intensiteiten als diktes te interpreteren hebben we een concreet fysisch model van een zeepvlies nodig. Het eenvoudigste is het om het vlies op te vatten als een vlakke plaat met brekingsindex n. Het verband tussen de dikte van de plaat en de gereflecteerde intensiteit wordt dan gegeven door de z.g. Airy-formule (zie § 4.1 en Appendix I). Met het oog op het 'sandwich model' is het meer realistisch om een drie lagen model aan te nemen: een waterachtige laag met brekingsindex n. en dikte d., ingeklemd tussen twee monolagen met brekingindex n2 en dikte d2. De reflectieformule aan een dergelijke structuur is wat ingewikkelder. Aangezien bij gegeven n. en n. de diktes d, en d2 niet eenduidig uit de gemeten reflectie teruggerekend kunnen worden, moeten we een min of meer ad hoc veronderstelling voor d_2 maken. Verder leveren de brekingsindices problemen op: kunnen we wel de bulkwaarden nemen? . In ons experiment is het niet zozeer van belang welke dikte we meten (we zijn immers voornamelijk in het verloop van de dikte geinteresseerd). We hebben genoeg aan een goed reproduceerbare 'dikte-maat' van het zeepvlies. Dáarom is het dan ook dat we besloten onze metingen in het één laag model te interpreteren. Als brekingsindex werd de waarde van de bulkoplossing genomen.

§ 3.1 Opstelling.

Voor het verrichten van onze metingen konden wij beschikken over een opstelling van het ' van 't Hoff lab voor fysische- en colloidchemie ', die gebouwd werd om oppervlaktegolven op zeepvliezen te bestuderen. In ons experiment is slechts een klein gedeelte van de opstelling van belang. Het belangrijkste is de z.g. 'vliezenpot'.



figuur 3.1 (uit [6])

De vliezenpot bestaat uit een ronde, dubbelwandige pot, waardoor continu gethermostatiseerd water wordt rondgepompt. De temperatuur, die d.m.v. een thermistor gemeten wordt, kan gedurende weken tot op 0.002 °C. constant gehouden worden. Tijdens onze metingen was deze temperatuur steeds 25 °C. In het midden van het deksel is de z.g. vliezenhouder gemonteerd. Dit is een glazen raampje, waarin een rond gat met een doorsnede van 20 mm is geslepen.



DWARS DOORSNEDE

figuur 3.2

Om een nauwkeurige hoekinstelling te kunnen behouden wordt, om een vlies te trekken, het voorraadvaatje op en neer bewogen. De zeepoplossing in het vaatje kan van buiten af ververst worden. In de vliezenpot is in het rond een aantal vensters aangebracht, waarvan er twee voor de in en uitgaande laserbundel gebruikt worden. De in figuur 3.1 zichtbare fotomultiplicatorbuis is alleen van belang voor versrooingsmetingen.

Als lichtbron staat een Ar-laser met een vermogen van 5W opgesteld (gebruikt vermogen was steeds 200 mW), met een golflengte van 514.5 nm. De polarisatierichting is steeds loodrecht op het invalsvlak. M.b.v een lens wordt de laserbundel tot een vlekje van 1mm op het vlies gefocusseerd. De hoogte van de bundel in het vlies kan in stappen .75 mm gevarieerd worden. Deze hoogte wordt gerekend vanaf de capillaire stijghoogte in het vlies. Zie figuur 3.3.



figuur 3.3

De complete opstelling is schematisch in figuur 3.4 weergegeven:



figuur 3.4

De ingaande laserbundel wordt door een halfdoorlatende spiegel gesplitst. De fotodiodes geven een signaal aan een spanningsdeler af, waarna het signaal

Ø

§ 3.3 Metingen.

§ 3.3.1 Brekingsindex.

Met een 'Pulfrich Refractometer' (zie Appendix II) werd de brekingindex van de bulkoplossing gemeten. De gebruikte oplossing was een mengsel van HDTAB (hexadecyltrimetylammoniumbromide; .4 mmolair) en glycerol(5 molair; dit verhoogt de viscositeit en gaat verdamping tegen). De brekingsindex werd bij de 545 en 438 nm. Hg-lijnen gemeten. Interpolatie naar de door ons gebruikte golflengte leverde het volgende resultaat op:

n= 1.388447(2) bij λ = 514.5 en T= 25.0+ .1°C.

§ 3.3.2 Meetseries.

In totaal werden vijf meetseries ' dikte versus tijd ' gemaakt. Daarbij werd op vier verschillende hoogtes in het vlies gemeten: 2,4,8,8 en 10 \times .75 mm. De meetprocedure is als volgt: direct nadat het vlies getrokken is, wordt het signaaal I/I' op een x-t schrijver gevolgd. Het signaal fluctueert dan te snel om diktes aan uit te rekenen. Pas wanneer het signaal zijn extremen 'goed' aanneemt wordt het programma op de Apple (zie § 4.1) gestart. Dan begint het verzamelen van de punten (I/I'(t),t). In het begin, als het signaal snel varieert, worden veel punten per minuut gemeten, en naarmate het draineren langzamer verloopt worden steeds minder punten per minuut gemeten. Een meetserie duurde meestal zo'n 5000 tot 10000 seconden, waarbij dan gemiddeld zo'n 400 meetpunten werden verzameld.

Voor een voorbeeld van de x-t schrijver output zie grafiek 6.1 .

§ 4. Verwerking.

Voor het experiment hebben wij een programma voor de Apple-computer geschreven om de verwerking van de metingen te vergemakkelijken. Dit programma is in staat om uit intensiteitsmetingen het dikteverloop van een zeepvlies te bepalen.

In de vorige paragraaf is verteld dat de Apple via de A-D-converter de relatieve gereflecteerde intensiteit I^r/Iⁱ aangeboden krijgt. In het algemeen zullen de signalen I^r en Iⁱ, doordat ze van verschillende circuits afkomstig zijn, verschillend versterkt of verzwakt zijn. Ook door de spanningsdeler zal het signaal nog met een zekere factor versterkt worden. Daardoor is het signaal S in de Apple gelijk aan C.I^r/Iⁱ, waarbij C een onbekende constante is. Volgens de formule van Airy (zie Appendix I) luid het verband tussen I^r/Iⁱ en de dikte:

$$I'/I' = F.\sin^2\left(\frac{1}{2}\delta\right)/(1 + F.\sin^2\left(\frac{1}{2}\delta\right)) \quad \text{met}$$

$$\frac{1}{2}\delta = h.\left(2\pi/\lambda\right).n.\cos(\theta')$$

met h de dikte en waarbij F uitgedrukt kan worden in θ en n. Uit deze vergelijking volgt dat S een minimum heeft als $\sin^2(\frac{1}{2}\delta)=0$ en een maximum als $\sin^2(\frac{1}{2}\delta)=1$. Met andere woorden:

$$S_{\text{MIN}} = 0 \qquad \text{als } \frac{1}{2}\delta = j \cdot \pi$$

$$S_{\text{MIN}} = C \cdot F / (1+F) \qquad \text{als } \frac{1}{2}\delta = (j + \frac{1}{2}) \cdot \pi \qquad \text{met } j$$

Hieruit volgt dan voor de dikte h:

Bij	een maximum:	h :	$(j+\frac{1}{2}).(\lambda/2n\cos(\theta'))$	(4.1)
Bij	een minimum:	h :	$j \cdot (\lambda/2n\cos(\theta'))$	(4.2)

Uit formules (4.1) en (4.2) blijkt dat alleen dan eenduidigheid omtrend de dikte bestaat indien bij een bepaald maximum of minimum de orde j bekend is. Nu is het experimenteel een bekend feit dat het soort vliezen dat wij bestudeerd hebben in het algemeen draineren tot een evenwichtsdikte die tussen 30 en 70 nm. in ligt. Hieruit volgt dat de dikte bij het laatste maximum gegeven wordt door:

$$h = \lambda / 4n\cos(\theta') =: H$$
 (4.3)

Vullen we voor λ , n en θ' de waarden in die betrekking hebben op onze metingen dan vinden we H \approx 118 nm.

In het algemeen ziet een intensiteits meting er uit zoals geschetst in figuur 4.1



figuur 4.1

Om de onbekende constante C te elimineren hebben we alle metingen geschaald met een waarde van het maximum. Er volgt dan:

 $S/S_{MAK} =: \Lambda = (1 + F) \cdot \sin^2(\frac{1}{2}\delta) / (1 + F \cdot \sin^2(\frac{1}{2}\delta))$

Door omwerken van deze laatste vergelijking zien we nu dat we voor t>t kunnen schrijven:

 $h(t) = (\lambda/2\pi n\cos(\theta')) \cdot \arcsin(\Lambda(t)/(1 + F \cdot (1 - \Lambda(t))))^{1/2}$

$$=: H.G(t)$$

waarbij H de in formule (4.3) gedefinieerde extreemdikte is en G(t) een functie die door bovenstaande vergelijking vastgelegd wordt. Met betrekking tot de in figuur 4.1 ingevoerde tijdstippen geldt nu:

 $t_2 \le t \le t$, : h(t) = H.(2 - G(t)) $t_3 \le t \le t_2$: h(t) = H.(2 + G(t))

Of algemeen :

^t 2j ≤ ^t ≤	t2j-1 :	h(t) = H.(j - G(t))	(4 4)
t. ∠t ≤ 2j±i	^t 2j :	h(t) = H.(j + G(t))	(4•4)

§ 4.1 Apple programma.

Het door ons in Basic geschreven programma voor de Apple-computer maakt gebruik van een machinetaal routine welke bij aanroep de (instantane) waarde van de A-D-converter afgeeft in het programma. Het tijdstip behorende bij deze waarde van S wordt bepaald uit de waarde van de klok in de Apple. Deze tijdstippen zijn steeds relatief ten opzichte van het moment van starten van de meetserie. Met het programma zijn verschillende manieren van het maken van een meetserie mogelijk.

Bij het starten van een serie geeft men op wat het maximaal te verwachten aantal meetpunten is (dit i.v.m. het reserveren van geheugen). Er zijn drie manieren van inlezen van meetpunten mogelijk:

- (i) single-step; hierbij geeft men een middelingstijd op en het programma bepaalt een meetpunt door over de opgegeven tijd te middelen.
- (ii) multistep ; Opgegeven wordt het aantal punten, het tijdsinterval daartussen en een middelingstijd.
- (iii) autorun ; Opgegeven wordt een tijdsinterval en een middelingstijd. De hele meetserie vindt plaats met deze vaste parameters.

Na (i) of (ii) kan men kiezen uit de volgende opties:

- (iv) continue ; Mode (i) of (ii) wordt herhaald met dezelfde parameters.
- (v) plotten ; De tot nu toe geregistreerde gegevens worden op het scherm van de computer geplot in de vorm van een intensiteit versus tijd-grafiek.

Na (v) kan men, indien het maximale aantal meetpunten nog niet bereikt is, weer kiezen tussen (i) en (ii); het programma geeft de gebruiker gedurende een meetserie voortdurend informatie over het aantal reeds gemeten punten en het aantal nog mogelijk te meten punten. Na (v) kan men besluiten niet verder te meten en de gegevens te gaan analyseren. Het programma zoekt dan het absolute maximum en minimum uit de meetserie en schaalt deze hierop. T.g.v de traagheid van de apparatuur hebben in de praktijk niet alle maxima en minima dezelfde waarde. Daar de drainage bij het laatste maximum het langzaamst verloopt, zal i.h.a. op dit maximum geschaald worden. De omslagpunten t; (de maxima en minima; zie figuur 4.1) worden, om ingewikkelde programmatuur te vermijden, bepaald door op het scherm met een cursor aan te geven in welk gebied een omslagpunt gezocht dient te worden. Is zo'n punt gevonden, dan wordt de dikte in het doorzochte gebied m.b.v. formule (4.4) berekend. Door al terugwerkend alle omslagpunten te bepalen wordt zo uiteindelijk de dikte als functie van de tijd gevonden. Is de waarde van (de geschaalde) S in zo'n omslagpunt groter dan 0 of kleiner dan 1, dan treedt er een kleine discontinuiteit in de diktefunctie op. Voor meer details wordt de lezer verwezen Appendix III, waarin de listing van het programma te vinden is.

§ 4.2 De Nova.

Nadat het dikteverloop met behulp van de Apple berekend is, worden de data-sets, d.w.z. de intensiteits, dikte en tijds arrays, overgezonden naar de Nova, een minicomputer, met behulp waarvan we plotjes van de dikte en intensiteit versus tijd gemaakt hebben. Het plotprogramma is in Basic geschreven en is een gewijzigde versie van een reeds bestaand plotprogramma voor de Nova. Ook van dit plotprogramma is een listing in Appendix III te vinden.

Vervolgens zijn we de vorm van de diktefunctie gaan onderzoeken. Na eerst allerlei min of meer voor de handliggende transformaties (vergeefs) uitgeprobeerd te hebben, besloten we naar machtswetten van de vorm:

 $h(t) = B/(t-t_0)^A \quad \text{met A, B en } t_0 \quad \text{constanten} \quad (4.5)$ te zoeken.

We kunnen echter niet verwachten dat een dergelijke wet over het hele diktedomein van toepassing is; vliezen draineren naar een evenwichtsdikte ≠ 0. Met het oog op (2.13) en (2.17) kunnen we dergelijke verbanden wel verwachten in het gebied waar de splijtdruk nog geen rol speelt.

Nu is het programmeren van een kleinste kwadraten aanpassing voor vergelijking (4.5) problematisch: ten eerste leveren de minimaliserende condities geen expliciete formules voor A,B en t_o op en ten tweede weten we niet a priori in welk gebied (4.5) geacht moet worden te gelden. Een methode die aan beide bezware tegemoet komt werkt als volgt. Indien (4.5) geldt hebben we voor dh/dt:

 $h(t) := dh(t)/dt = -A.B/(t-t_0)^{A+1} = -A.B^{(-1/A)}.h^{(1+A/A)}$ ofwel:

$$log(-\dot{h}(t)) = \alpha \cdot log(h(t)) + \beta$$
met $\alpha = (1+A)/A$ en $\beta = log(A \cdot B^{(-1/A)})$
(4.6)

Wanneer we dus log(-h) uitzetten tegen log(h) dan zien we precies in het gebied waar (4.5) geldt een rechte lijn. Verder zijn we de onbelangrijke to kwijt geraakt.Vergelijking (4.6) kunnen we nu gewoon met een LKK aanpassen. Het probleem bij het toepassen van (4.6) is echter het feit dat h(t) niet bekend is. We hebben dit opgelost door numeriek te differentieëren:

$$h(t) \approx \Delta h / \Delta t := (h(t_i) - h(t_{i+1})) / (t_i - t_{i+1})$$

Er werd een programma geschreven om log(-h) tegen log(h) te plotten (weer een omgewerkte versie van het eerste plotprogramma). Omdat de grafieken die zo verkregen werden nogal 'ruisachtig' waren (zie grafiek 6.2) werd een smoothingprocedure voor h geschreven. Om de grafiek door het punt (0,0) te laten gaan, werd nog door de eindwaarden van h en h gedeeld. Aldus werden redelijke grafieken verkregen.

§ 5. Resultaten en Conclusies.

§ 5.1 Resultaten.

Het resultaat van al onze inspanningen is het beste samen te vatten in tien grafieken. Grafieken (6.3) t/m (6.7) tonen het verband tussen de dikte en de tijd voor vijf verschillende zeepvliezen. Voor de volledigheid is ook de gemeten relatieve intensiteit ingetekend.

Meer is er te zien op de grafieken (6.8) t/m (6.12). Hierin is voor elk van de vliezen $\log(h/h_{eind})$ tegen $\log(h/h_{eind})$ uitgezet. Een aantal zaken vallen direct op:

(i) Bij grotere dikte lopen de grafieken vrij recht. Nu wordt alles bij log-log uitzetten natuurlijk aardig recht, maar wij zijn van mening dat hier 'meer aan de hand' is.

(ii) De richtingscoefficienten liggen in dat diktegebied erg dicht bij elkaar. Dit valt vooral op wanneer we de grafieken over elkaar leggen.

(iii) De dikte waarbij afwijking van het rechte lijn gedrag begint, is in alle grafieken ongeveer hetzelfde. (Dit blijkt eigenlijk pas na aflezen uit de grafiek en terugrekenen m.b.v. de einddiktes.). Ruwweg kan deze dikte gesteld worden op 50 à 60 nm.

(iv) De afbuiging is steeds in dezelfde richting.

(v) In elke grafiek zien we een 'zwaai in de staart' en slingeringen die steeds op dezelfde plaatsen terugkeren.

Het aanpassen van rechte lijnen in de rechte gebieden van de grafiek is niet zonder problemen: we moeten grenzen aangeven waartussen de LKK gemaakt moet worden. Die grenzen zouden in elke grafiek weer anders kunnen zijn. Ook is de richtingscoëfficiënt afhankelijk van deze grenzen. Kortom: er is geen nette manier om de grenzen te kiezen. Na overweging besloten we aan te passen in een vast gebied voor h/h_{eind} . In de grafieken ligt het gekozen gebied tussen de waarden 10 en 50 voor 20log (h/h_{eind}) . (diktegebied: tussen ongeveer 65 en 500 nm.) In dit gebied ligt in het algemeen meer dan de helft van de gemeten punten, dus meer dan 200. De volgende tabel geeft een overzicht van de aldus verkregen waarden van de richtingscoëfficiënt α en de macht waarmee de dikte afneemt, A.

TABEL

Meting nr.	Hoogte (in .75 mm)	α	A	heind (nm.)	Grafieken.
1	2	2.23	.81	37	(6.3) (6.8)
2	4	2.27	.79	44 ·	(6.4) (6.9)
3	8	2.26	.79	40	(6.5) (6.10)
4	8	2.25	.80	33	(6.6) (6.11)
5	10	2.37	.73	34	(6.7) (6.12)
Fout	.1 mm	3%	5%	.5 nm.	

De fout in α werd geschat door de grenzen voor de LKK te varieeren en het effect op α te bekijken. De geschatte 3% resultaart dan in een fout van 5% in de waarde van A. In de tabel zijn geen as-afsnijdingen opgenomen, die via formule (4.6) naar een waarde van B (de voorfactor in de machtswet) zou kunnen worden terug gerekend. Het bleek namelijk dat de afsnijding afhankelijk was van het aantal malen dat de smoothing-procedure werd toegepast. (Het schrijven van een betere procedure zou weer veel extra tijd gekost hebben. Jammer,...). De opgegeven waarden voor h h. Het volledig draineren van Viezen duurt namelijk wel enkele dagen. § 5.2 Conclusies.

1. In het diktegebied van 65 tot 500 nm. volgt de dikte een machtswet met de tijd.

2. Binnen de geschatte fout hangt de exponent niet van de hoogte in het vlies af. Daarom kunnen we de vijf waarden het beste opvatten als vijf onafhankelijke metingen van dezelfde grootheid.

3. De gemiddelde waarden voor α en A zijn:

 $\alpha = 2.27 \pm 0.03$

 $A = 1/(1-\alpha) = .79 \pm .02$

4. Bij een dikte van 50 à 60 nm. treedt er een afwijking van de machtswet op.

5. Uit de richting van de afwijking is af te leiden dat de drainage rond die dikte langzamer gaat dan de machtswet.

§ 5.3 Discussie.

Wanneer we onze exponent $\alpha = 2.27$ vergelijken met de waarde zoals die volgt uit het simpele model van Marginal Regeneration van § 2.6.3, dan moeten we helaas constateren dat het mis is: $2.5 \neq 2.27$, ook niet wanneer we de fout in aanmerking nemen. (De exponent 3 van rigide films komt natuurlijk helemaal niet in de buurt). Nu werd vergelijking (2.17) onder allerlei geïdealiseerde omstandigheden afgeleid en men zou kunnen denken dat het verschil daardoor verklaard zou kunnen worden. Om de volgende reden lijkt ons dit onwaarschijnlijk: zoals uit § 2.6.1 blijkt kan men niet zomaar de exponent α veranderen zonder dat de koppeling tussen de gravitationele en oppervlakte termen verandert (uit dimensie overwegingen). Dit zou dan betekenen dat de hele voorstelling van het proces in § 2.6.3 verkeerd is. Voor een betere beschrijving van het marginal regeneration proces lijkt ons een echt nieuw idee nodig.

Het afwijken van de machtswet kan in verband gebracht worden met het merkbaar worden van de splijtdruk. Merkwaardig is het dan wel dat er vertraging van de drainage optreedt. De aantrekkende van der Waals-term heeft i.h.a een langere dracht, zodat we eerst een versnelling zouden verwachten en daarna, wanneer de dubbellaagrepulsie in het spel komt , een afremming. De oorzaak van dit fenomeen is ons vooralsnog onduidelijk.

De slingeringen die systematisch in de grafieken optreden kunnen verklaard worden uit het feit dat wanneer de intensiteit z'n extremen aanneemt de diktebepaling onnauwkeuriger wordt. De dikte staat dan wat te zwabberen. Daardoor zien we relatief grote fluctuaties in h. Ook het feit dat de diktefunctie op de omslagpunten een discontinuiteit vertoont zal een rol spelen. Misschien dat bij een andere manier van data-verwerking deze bezwaren ondervangen kunnen worden.

----- 0 ------

grafiek 6.1 : voorbeeld van x-t schrijver output.

	· · · ·									
)L ()S	3	6	<	02 0	9 0	9 0	IV ()	£ 0	2 0	
•										
			É_							
	* * *		24							
		:								
SIZ-06107		1							7/7 07	770-007
		:							CZG HZ	330-333
L 0,0	1	08		01 0	9	9 0	b		7	
		1								
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·										
- -		1								
		1								
)L CE	5	0	8	04 0	9 0	G C) b			
	4 - 4 -									
		: 1								
		ł.								

**** DIKTE VAN EEN ZEEPVLIES ALS FUNCTIE VAN DE TYD ****







23

·



grafier 0.0 •. meting 3















Literatuur.

- 1 : Becker; Theorie der Wärme ; Springer 1975.
- 2 : Beschrijving Pulfrich Refractometer ; was aanwezig in Trans III.
- 3 : Born en Wolff; Principles of Optics ; Pergamon 1965.
- 4 : Boys ; Seifenblasen, ; Leipzig 1913.
- 5 : Clunie, Goodman en Ingram ; Thin Liquid Films ; Surface & Colloid Science, Vol.III.
- 6 : Joosten ; Oppervlaktegolven op dunne, vrije vloeistoffilms ; verslag afstudeerwerk, Eindhoven 1977.
- 7 : Koopal en Fleer ; Op het grensvlak van de chemie ; Natuur en Techniek nr.4, 1980.
- 8 : Mysels, Shinoda en Frankel ; Soap Films, studies of their thinning ; Pergamon 1959.
- 9 : Stong ; How to Blow Soap Bubbles that Last for Months or even Years ; Scientific American, May 1969.

Appendix I: Formule van Airy.

Beschouw een vlakke plaat met brekingsindex n, omgeven door een medium met brekingsindex n' (die we hier gelijk aan 1 zullen stellen), waarop een vlakke golf van monochromatisch licht met golflengte λ onder een invalshoek θ valt (zie figuur A.1).



figuur A.1

De golf valt langs S B, op het oppervlak van de plaat en wordt hier gesplitst in twee delen: een gereflecteerd deel in de richting B,C, en een deel dat door gaat in de richting B,D, . De doorgelaten golf reist door het medium met brekingsindex n en valt tenslotte op het tweede grensvlak van de plaat onder een hoek θ' en wordt vervolgens gesplitst in twee delen: een doorgelaten deel in de richting D,E, en een deel dat gereflecteerd wordt in de plaat in de richting D,B₂; deze golf ondergaat vervolgens weer hetzelfde proces van splitsing en reflectie zoals in figuur A.1 is aangegeven. De complexe amplitude van de golf die op de plaat valt noemen we Aⁱ, en we nemen aan dat deze lineair gepolariseerd is, loodrecht of evenwijdig aan het invalsvlak. Omdat de golf die langs B₂C₂ uit de plaat komt in de plaat heen en weer gereist is, treedt er een faseverschuiving δ t.o.v. de direct gereflecteerde golf langs B,C,op. Er geldt:

 $\delta = (2\pi n/\lambda) 2h\cos(\theta')$ met h de dikte van de plaat.

Evenzo heeft de golf B_3C_3 dezelfde fase verschuiving t.o.v. B_2C_2 en dus tweemaal deze faseverschuiving t.o.v. B_1C_1 .

De reflectiecoëfficient voor de golf die van het omringende medium in de plaat komt noemen we r en een transmissie coëfficient t. Voor een golf die vanuit de plaat naar het omringende medium gaat noemen de reflectie en transmissiecoëfficient resp. r' en t'.

De complexe amplitudes van B,C,, B₂C₂, B₃C₃,..., B_pC_pzijn dan:

r.Aⁱ, tt'r'Aⁱ.exp(i δ), tt'r'³Aⁱ.exp(2i δ),..., tt'r'^(2p-3)Aⁱ.exp((p-1)i δ)

Wanneer we nu al deze golven superponeneren $(p \rightarrow \infty)$, dan vinden we voor de totale gereflecteerde intensiteit A^{*}:

$$A^{\mathbf{r}} = (\mathbf{r} + tt'\mathbf{r}'\exp(i\delta)/(1-\mathbf{r}'^2.\exp(i\delta)).A^{\mathbf{t}}$$

Er bestaan een aantal relaties tussen r,r',t en t' (zie[3]):

tt' = T, r = -r', $r^2 = r'^2 = R$ en R + T = 1

Hiervan gebruik makend vinden we voor A :

 $A^{\mathbf{r}} = (1 - \exp(i\delta)) \sqrt{R} / (1 - R \cdot \exp(i\delta)) \cdot A^{\mathbf{i}}$

Voor de intensiteit $I^{\mathbf{r}} = A^{\mathbf{r}} \cdot A^{\mathbf{r}} \cdot en I = A^{\mathbf{i}} \cdot A^{\mathbf{i}} \cdot volgt dan dat:$

Dit is de formule van Airy.

In het geval dat de polarisatie loodrecht op het vlak van inval staat wordt & gegeven door:

 $\Re = \left(\left(\cos\left(\theta\right) - n \cdot \cos\left(\theta^{2}\right) \right) / \left(\cos\left(\theta\right) + n \cos\left(\theta^{2}\right) \right)^{2} \right)^{2}$

(zie[3])

Appendix II.



PULFFICH Refractometer (new model). (¹/₃ Full Size.)

```
10 10MEM: 16400: HIMEM: 36800
       20
          TEXT : HOME
                                                                   Appendix III.
         PRINT "林林幸幸命者。それがあたがなかなかないなかなかなななななななななななない
      30
      40
         PRINT "*** DIKTEBEFALING ZEEPVLIEZEN ***"
      50 PRINT "**********************************
                                                                   A. Listing meetprogramma.
         60T0 260
      60
      70 A$ = A$: CALL 37328: CALL 878: RETURN
     80 T3 = PEEK (1010):T2 = PEEK (1009):T1 = PEEK (1008):FT = 65536 * T3 + 256 * T2 + T1
90 T3 = PEEK (1010):T2 = PEEK (1009):T1 = PEEK (1008):Y = 65536 * T3 + 256 * T2 + T1
     100 IF FT > Y THEN Y = FT
    120 FOR J = 1 TO LP: CALL 37429: GOSUB 130:D = D + X: NEXT J: RETURN
    s tati sana
     - 140 FOR T = 0 TO TM: NEXT T: RETURN
150 MAX = - 32000:MI = 32000
    160 TL = TI(1):TB = TI(1)
170 FOR I = 1 TD R
-180 -IF GE(I) > MAX THEN MAX = GE(I)
      -190 IF GE(I) < MI THEN MI = GE(I)-
      200 IF TI(I) > TB THEN TB = TI(I)
    210 IF TI(I) < TL THEN TL = TI(I)
      220 ... NEXT . I.
     230 SF = 1 / (MAX - MI)
      240 FOR I = 1 TO R:A(I) = SF * (GE(I) - MI): NEXT
      250 RETURN
      260 - INPUT "AANTAL METINGEN: "; AAN
      270 DIM GE(AAN): DIM A(AAN): DIM D(AAN): DIM TI(AAN)
      280 CALL 37488
      290 GOTO 1520
      300 IF I1 > AAN THEN I1 = AAN
310 IF I2 > AAN THEN I2 = AAN
      320 --- IF A$ = -"C" THEN --- GOTO-- 380
      330 INPUT "MIDDELLINGSTIJD:";X
      340 LP = ___INT (24 * X) ....
      350 INPUT "WACHTTIJD:";T
      360 TM = 1000 * T
      370 INPUT "STARTEN?: ":A$
      380 FOR I = I1 TO I2:D = 0:X = 0:TT = 0:Y = 0
390 GOSUB 140: GOSUB 80:TT = TT + Y: GOSUB 120
      400 _GOSUB 80:TT = TT + Y:GE(I) = D / LP:TI(I) = TT / 20
      410 PRINT I; TAB( 12); 1 * INT (10 * GE(1)); TAB( 30); 1 *
                                                                   420 NEXT I .....
     430 I1 = I2: RETURN
      440 J -=- AAN
      450 IF GE(J) > 0 GOTO 480
       460 + 1 = 1 - 1
      470 IF J > 1 GOTO 450
      480 R = J ...
           IF R = 1 THEN RUN 20
       490
      500 - GOSUB 150 ...
      510 GOSUB 790
      520 _IF AAN - 12 = 0 GOTO 540
-530 -INPUT - "MEER METEN?:";A$: IF A$ = "Y" GOTO 1540
      540 INPUT "GEEF DAALGETAL:";DA
550 IF DA C = 0 GOTO 1510
      -560 L = 0
      580 - IF A(I) - C DA * A(R) - THEN L
590 NEXT 1
           IF L = 0 GOTO 540
       006
       610 AM = A(L): IM = R -
          FOR I = L TO R
      620
    630
           IF A(I) -> AM THEN IM - I
      640
          - IF A(I) ->- AM THEN AM = A(I)-
           NEXT-I
      -650
           PRINT "MAXIMUM:"; AM; "-INDEX: "; IM
      660
       670 --- GOTO -- 900 -----
      680 TEXT : HGR : HPLOT 0,0 TO-0,150: HPLOT TO 300,150:
                                                                       TO 300,0: HPLOT
                                                               HPLOT
                                                                                        TO 0,0
      690 E = 300 / (TB - TL)
      -700 FOR I = 1 TO R
      710 PL = D(I) / ((NC + 1) * DM)
      720 HPLOT TO E *- (TI(I) -- TL) + B,C * PL
                                                 +-D
          -NEXT I
      -730
           FOR I = 1- TO NC + 1
      -740
      750 J = I / (NC + 1)
           HPLOT 0,C * J + D TO 5,C * J-+ D
      760
           NEXT I
      -770
     780 RETURN
      790 PRINT : PRINT : PRINT
-800 HGR : HCOLOR= 7
    ---- 800
       810 \text{ A} = 300 \text{ /} (\text{R} - 1) \text{:} \text{B} = 0 \text{:} \text{C} = 140 \text{:} \text{B} = 150
                                                             -
                                                       217
    820 HPLOT 0.0 TO 0.150: HPLOT -TO 300.150: HPLOT TO 300.0: HPLOT
                                                                           TO 0.0
    ---- 830
            FOR I = 1 TO R
            --- 840
- - - 850
            NEXT I
            FOR I = 1 TO 10
                            - - -
   ----- S&O
```

```
930 A2 = 0:A4 = 0:Y0 = 0:Y1 = 0:Y2 = 0
      940 FOR I = - K TO K
      950 L = I + IM
      960 Y0 = Y0 + A(L): Y1 = Y1 + A(L) * I: Y2 = Y2 + A(L) * I ^ 2
     970 A4 = A4 + I ^ 4:A2 = A2 + I ^ 2
     980 NEXT I
     990 SS = 1 / (2 * K + 1): YO = YO * SS: Y1 = Y1 * SS: Y2 = Y2 * SS: A2 = A2 * SS: A4 = A4 * SS
     1000 DP = 1 / (A4 - A2 ^ 2): AP = DP * (Y2 - A2 * Y0)
     1010 BP = Y1 / A2:CP = DP * (A4 * Y0 - A2 * Y2)
1020 RM = CP - (DP 2) / (4 * AP)
     1030 IF K = 0 THEN RM = AM
     1040 PRINT "GEKOR. MAXIMUM: "; RM
     1050 OH = (305 / 300) * (R - 1)_____
1060 INPUT "CURSOR:";CU
1060
    1070 IF CU < = 0 GOTO 1100
  1090 CI = CU: GOSUB 1690: GOTO 1060
    1110 FOR I = CI TO R:GM = GM + A(I): NEXT I
     -1120 RE = GM /- (R -- CI + 1)
     _1130 PRINT "EINDWAARDE:";RE ---
     1140 - INFUT "GEEF BREKINGSINDEX:"IN: IF N C 1 GOTO 1140
   1150 _INPUT "GEEF GOLFLENGTE(NM):"3GL
     1170 PI = 4 * ATN (1.):THE = (2 * PI / 360) * PHI
1180 CR = SQR (1 - ( SIN (THE) / N) 2)
     =1190 R2 = (( COS (THE) - N * CR) / (-COS (THE) + N * CR))
1200 DM = -GL / (4 * N * CR)
     1210 PRINT "EXTREEMDIKTE: "; DM.
     1220 TE = 1:NC = 0:VF = 0:EI = IM:EX = A(IM):RR = R
    1250 CI = CD: GOSUB 1690: GOTO 1230
                      Contraction of the
1260 L = CI
1270 IF L = RR THEN L = 1
 1280 FOR I = L TO RR
1290 - IF A(I) * TE > TE * EX THEN EI = I
  1300 IF A(1) * TE > TE * EX THEN EX = A(1)
1310 NEXT I
   1320 CI = EI: PRINT L;" ";RR;" ";TE
1330 FOR I = RR TO EI STEP - 1:RE = A(I): GOSUB 1400: NEXT I
    1360 FOR I = EI TO L STEP ---1:RE = A(1): GOSUB 1400: NEXT I
1370 IF L = 1-GOTO 1470
    1380 RR = L:EX = A(RR)
1390 -60T0 1230
    1400 LL = RE / RM
1410 IF LL >= 1 THEN FS = PI
     1420 IF LL > = 1 THEN 1450
    1440 FS = 2 * ATN (S / SQR (1 S 2))
1450 D(I) = DM * (VF-+ TE * (FS 7 PI))
     1460 RETURN
1470 GOSUB 680
      1480 INPUT "MEER METINGEN ?: ": A$ -
     1490 IF A$ - "Y" GOTO 1540
     1500 INPUT "_NAAR DE NOVA ?_";A$: IF A$ = "Y" THEN _GOTO 1990
     .1520 I1 = 0:A$ = "*" ....
    1530 I2 = 0;B$ = "*"
     _1540 IF A$ = _"S" GOTO 440
           PRINT "NOG "; AAN - 12; " METINGEN"
     1550
     1560
           INPUT "AUTORUN, SINGLESTEP, MULTISTEP, PLOTTEN OF DOORGAAN? (A, E, M, S, C): "; A$: GOSUB 1570: GOTO 1540
     1570
           IF A$ = "A" THEN GOSUB 1650
           IF A$ = "C" THEN GOSUB 1620
     - 1580
           IF A$ = "E" THEN GOSUE 1660
  1590
           IF AS = "M" THEN
                             GOSUB 1670
     ..1600
  1610
           RETURN
  IF B$ = "E" THEN
                             GOSUB 1660 ....
                             GOSUB 1680
                                                                                                    IF B$ = "M" THEN
  1630
   - - 1640 RETURN
  1650 I1 = 1:12 = AAN: GOSUB 300:A$ = "S": RETURN
    ....1660 I1 = I1 + 1:I2 = I1:B$ = "E": GOSUB 300: _RETURN _
  1670 INPUT "GEEF AANTAL STAPPEN:";ST
  1680 I2 = I1 + ST: I1 = I1 + 1:B$ = "M": GOSUB 300: RETURN
1690 HCOLOR= 0:HH = 0
           HPLOT A * (OH - 1) + B,0 TO A * (OH - 1) + B,150
 ..... 1700
            IF HH = 1 THEN RETURN
                                    and and a second second
                                                 ---- 1710
    HCOLOR = 7:HH = 1
  1730
           IF OH < R THEN HPLOT A * (OH - 1) + B,C * A(OH) + D
1740 OH = CI
      1750 GOTO 1700
           PR# 2: POKE 49312,9: LIST : PR# 0: END
 1760
            PR# 2: POKE 49321,9
                                        1.00 1
```

S. And Street 1650 I1 = 1:12 = AAN: GOSUB 300:A\$ = "S": RETURN .1660 I1 = I1 + 1:I2 = I1:B\$ = "E": GOSUB 300: RETURN 1670 INPUT "GEEF AANTAL STAPPEN: "; ST 1680 I2 = I1 + ST: I1 = I1 + 1:B\$ = "M": GOSUB 300: RETURN 1690 HCOLOR= 0:HH = 0 1700 HPLOT A * (OH - 1) + B,0 TO A * (OH - 1) + B,150 1710 IF HH = 1 THEN RETURN HCOLOR= 7:HH = 1 1720 1730 IF OH < R THEN HPLOT A * (OH - 1) + B,C * A(OH) + D 1740 OH = CI 1750 GOTO 1700 1760 PR# 2: POKE 49312,9: LIST : PR# 0: END -1770 PR# 2: POKE 49321,9 PRINT "*********************** 1780 1790 PRINT "** DIKTEBEPALING ZEEPVLIEZEN ***-1800 PRINT "*********************** 1810 PRINT : PRINT : PRINT 1820 - PRINT "AANTAL METINGEN: "; AAN 1830 - PRINT "MAXIMALE -WAARDE: "; A(IM) -1840 -- PRINT -"GEKORRIGEERDE WAARDE: ":RM-1850 PRINT "(AANPASSING MET "12 * K + 1;" PUNTEN)" 1860 PRINT "EXTREEMDIKTE(NM):"10M 1870 PRINT-"EINDDIKTE(NM):"10(R) 1880 -PRINT : PRINT ----1890 PRINT BREKINGSINDEX: ";N 1900 - PRINT - GOLFLENGTE (NM) : ";GL 1910 __PRINT __"MEETHOEK(GRADEN): ";PHI 1920 __PRINT - PRINT : PRINT 1930___PRINT__TIJD";_TAB(_10); "DIKTE";_TAB(_20); "MEETNR.";_TAB(_30); "A(I)" 1940_FOR_1 = 1 TO R 1950 TI(1) = 1 * INT (TI(1) * 10);D(1) = 1 * INT (D(1) * 10);A(1) = 1 * 1960 PRINT TI(1); TAB(10);D(F); TAB(20);1; TAB(30);A(1) INT 1970 -- NEXT I 1980 PR# 0: END 1990 TEXT ← CALL 811 2000 HOME : PRINT * NOVA-MONITOR *: CALL 3295 6010-2020 2010 AX = 16368: POKE AX,0 2020 INPUT 0 OVERZENDEN ?":C\$: IF C\$ < > "Y" THEN END 2030 HOME - POKE A3% 0 2050 As = "RUN": GOSUB 70_ 2060 PRINT PRINT PRINT INPUT FILENAME - AS: AS 2070 IF PEEK (1019) = 0 6010 2090 2080 FOR I = F TO 2000 NEXT I: 6010 2000 2090 __INPUT_"_COMMENT"; A\$:A\$ ___MID\$ (A\$,1,7); GOSUB 70 2110 A\$ = STR\$ (GL): GOSUB 70 2120 A\$ = STR\$ (PHI): GOSUB 70 2130 A\$ = "0": GOSUB 70 2140 INPUT DATE: "!A\$:A\$ = MID\$ (A\$,1,7): GOSUB 70: PRINT 2150 _ FOR-I - = -1 TO R:A\$ = "DATA" 2160 _ GOSUB 70:A\$ = STR\$ (TI(I): GOSUB 70 2170_A\$ = __STR\$ (D(I)): _GOSUB_70_ 2180 A\$ = STR\$ (A(I)): GOSUB 70 2190 A\$ = "0": GOSUB 70: NEXT I 2200 A\$ = "END": GOSUB 70 -2210 ___PRINT ___ OVERSTUREN KLAAR _____ 2220 A\$ ____10": GOSUB 70:A\$ = A\$: CALL 373281 GOTO 2020 -

- iste	0000	PRINT	T "(2/)#dadZ(27)&f1E";	
	0050	DIM A	B. Listing Plotprogramma.	
.	0060	PRINT	r se per l'asse su caracterizzario e se s	
	0070	PRINT	[
L	0080	PRINT	T ****DE DIKTE VAN EEN ZEEPVLIES ALS FUNCTIE VAN DE TYD****	-
1	0100	PRINT	- 2011년 전 17월 - 27월 22일 2017년 17월 2017년 17월 2017년 17월 - 17월 - 179 - 170 - 1	
	0110	INPUT	T "FILENAME:", A\$	
-	-0120	OPEN	FILE (1.0), A\$, 8	المراجع المراجع المراجع المراجع
	-0130	RESET	FFILE (1) where a superior provide provide the second state of the second state of the second state of the state	
• -	0140	READ	FILE (1), SI - MAR MARKAN AND AND AND AND AND AND AND AND AND A	
	0150	DIM R	3(51,3)	
	0130	INPUT		and the second
-	0180	READ	FILE (1),P1,P2	
- 230	0190	READ	FILE (1),P3,F4	
P	0200	INPUT	FILE (1), Data in the second	A DESCRIPTION OF A DESC
127		READ	FILE (1), X, X	
-	0220	FOR I		
•	0230	- REA	AD = FILE - (1) + R(1+1) + R(1+2)	
	0250			
(🗟	0260	FOR I	(=2 TO S)	
	0270	LET	$\Gamma R(I,1) = R(I,1) - R(I,1)$	
-	0280	NEXT		
	0290	LET R	$\mathbf{R}(1,1) = 0$	
1.1	0310	LET 7	r ILE (6/2); "0 YI6"	
1	-0320	LWRIT	TE FILE (6); "<27>; @:0:<27>; MO:<27>; 180:17:18:13:", 7	
े. ः ज्ञा	0330	LWRIT	TE_FILE_(6),"<27>.NO:"-,Z\$	
	0340	LET-Z	Z(1),Z(3)=0	
(<u>_</u>	0350	LET	Z(2), Z(4) = 10000	
- 7	0380	1		
	0380	IF	7(1)>X THEN GDT0-0400	
	0390	LET	Γ Z(1)=X	-
-	0400	IF -	Z(2) CX : THEN : GÖTD : 0420 -	
1	0410	LET	T Z(2)=X	
्र्य	0420		1 (1=1) 7(3) V THEN BOTD 0450	
	0440	LET		
-	0450	IF	Z(4) (Y THEN GOTO 0470	
	0460	LET	τ - Z (4) = γ = 1	
🖬	0470	NEXT		
		-REM -2	Z(3)=MAX. EN-Z(4)=MIN V/D-X-AS-IN-SECONDEN	
	0490	PEM 7	7/1)=MAY EN 7/2)=MIN U/D V-AS IN NANOMETERS	
	0430	REM Z	Z(1)=MAX. EN Z(2)=MIN. <u>V/D_Y-AS_IN_NANOMETERS</u> Z(1)=INT(Z(1))+10	
	0450 0420 0500 0510	LET Z	Z(1)=MAX. EN Z(2)=MIN. <u>V/D Y-AS IN NANOMETERS</u> Z(1)=INT(Z(1))+10 Z(2)=INT(Z(2))-10	
	0430 0420 0500 0510 0520	REM Z	Z(1)=MAX. EN Z(2)=MIN. <u>V/D Y-AS IN NANOMETERS</u> Z(1)=INT(Z(1))+10 Z(2)=INT(Z(2))-10 Y1=Z(2)/10	
	0430 0420 0500 0510 0520 0530	REM Z LET Z LET Z LET Y	Z(1)=MAX. EN Z(2)=MIN. <u>V/D_Y-AS_IN_NANOMETERS</u> Z(1)=INT(Z(1))+10 Z(2)=INT(Z(2))-10 Y1=Z(2)/10 Y2=Z(1)/10	
	0420 0500 0510 0520 0530 0530 0550	REM Z LET Z LET Z LET Y LET Y	Z(1)=MAX. EN Z(2)=MIN. <u>V/D_Y-AS_IN_NANOMETERS</u> Z(1)=INT(Z(1))+10 Z(2)=INT(Z(2))-10 Y1=Z(2)/10 Y2=Z(1)/10 2(25-THEN_GOTO_0590	
	0450 0500 0510 0520 0530 0540 0550	REM Z	Z(1)=MAX. EN Z(2)=MIN. <u>V/D Y-AS IN NANOMETERS</u> Z(1)=INT(Z(1))+10 Z(2)=INT(Z(2))-10 Y1=Z(2)/10 Y2=Z(1)/10 Z(25 THEN GOTO 0590 Y1=0 Y2=10*INT(Y2/10)+10	
	0450 0500 0510 0520 0530 0540 0550 0550 0550	REM Z LET-Z LET-Z LET-Y LET-Y LET-Y LET-Y LET-Y	Z(1)=MAX. EN Z(2)=MIN. <u>V/D Y-AS IN NANOMETERS</u> Z(1)=INT(Z(1))+10 Z(2)=INT(Z(2))-10 Y1=Z(2)/10 Y2=Z(1)/10 Z(25 -THEN GDTO 0590 Y1=0 Y2=10*INT(Y2/10)+10 I1=10	
	0450 0500 0510 0520 0530 0540 0550 0550 0550 0550 0550	REM Z LET Z LET Z LET Y LET Y LET Y LET Y LET Y LET I LET I	Z(1)=MAX. EN Z(2)=MIN. <u>V/D Y-AS IN NANOMETERS</u> Z(1)=INT(Z(1))+10 Z(2)=INT(Z(2))-10 Y1=Z(2)/10 Y2=Z(1)/10 Z(25 THEN GDTO 0590 Y1=0 Y2=10*INT(Y2/10)+10 I1=10 0600	
	0450 0500 0510 0520 0530 0540 0550 0560 0550 0560 0570 0580 0590	REM Z LET Z LET Z LET Y LET Y LET Y LET Y LET I LET I GOTO LET I	Z(1)=MAX. EN Z(2)=MIN. <u>V/D Y-AS IN NANOMETERS</u> Z(1)=INT(Z(1))+10 Z(2)=INT(Z(2))-10 Y1=Z(2)/10 Z(25 THEN GOTD 0590 Y1=0 Y2=10*INT(Y2/10)+10 I1=10 0600	
	0450 0500 0510 0520 0530 0540 0550 0550 0550 0550 0550 055	REM 2 LET 2 LET 2 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 1 GOT0 LET 1 LET 1	Z(1)=MAX. EN Z(2)=MIN. <u>V/D Y-AS IN NANOMETERS</u> Z(1)=INT(Z(1))+10 Z(2)=INT(Z(2))-10 Y1=Z(2)/10 Z(25 -THEN GOTD 0590 Y1=0 	
	0450 0500 0510 0520 0530 0540 0550 0550 0550 0550 0580 0590 0600 0610	REM 2 LET 2 LET 7 LET 4 LET 4	Z(1)=MAX. EN Z(2)=MIN. <u>V/D Y-AS IN NANOMETERS</u> Z(1)=INT(Z(1))+10 Z(2)=INT(Z(2))-10 Y1=Z(2)/10 Z(25-THEN GOTD 0590 Y1=0 Y2=10*INT(Y2/10)+10 I1=10 	
	0450 0510 0520 0530 0540 0550 0550 0550 0550 0550 055	.REM 2 -LET 2 LET 2 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 5 LET 5 LET 5	Z(1)=MAX. EN Z(2)=MIN. <u>V/D Y-AS IN NANOMETERS</u> Z(1)=INT(Z(1))+10 Z(2)=INT(Z(2))-10 Y1=Z(2)/10 2<25 THEN GOTO 0590 Y1=0 Y2=10*INT(Y2/10)+10 I1=10 0600 I1=1 X=LOG(Z(3)-/LOG(10) X=INT(X) F1=10^(-X) X2=Z(3)*F1	
	0450 0500 0510 0520 0530 0540 0550 0550 0550 0560 0570 0580 0590 0600 0610 0610 0620 0630 0640	REM 2 LET 2 LET 2 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 5 LET 6 LET 7	Z(1)=MAX. EN Z(2)=MIN. <u>V/D Y-AS IN NANOMETERS</u> Z(1)=INT(Z(1))+10 Z(2)=INT(Z(2))-10 Y1=Z(2)/10 Z(25-THEN GOTO 0590 Y1=0 Y2=10*INT(Y2/10)+10 I1=10 0600 I1=1 X=LOG(Z(3)-/LOG(10) X=INT(X) F1=10^(-X) X2=Z(3)*F1 Z>4 THEN GOTD-0730	
	0450 0500 0510 0520 0530 0540 0550 0550 0560 0570 0580 0590 0600 0610 0620 0640 0640 0640 0640	REM 2 LET 2 LET 2 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 5 LET 6 LET 6 LET 6 LET 6 LET 7 LET 4 LET 4	Z(1)=MAX. EN Z(2)=MIN. <u>V/D Y-AS IN NANOMETERS</u> Z(1)=INT(Z(1))+10 Z(2)=INT(Z(2))-10 Y1=Z(2)/10 2<25 THEN GOTO 0590 Y1=0 Y2=10*INT(Y2/10)+10 I1=10 0600 I1=1 X=LOG(Z(3)-/LOG(10) X=INT(X) F1=10^(-X) X2=Z(3)*F1 2>4 THEN GOTD 0730 X9=INT(X2)-INT(X2+.5)	
	0450 0510 0520 0530 0540 0550 0550 0550 0550 0580 0570 0580 0590 0610 0610 06400 0640 06400 06400 06400 06400 06400	.REM 2 -LET 2 LET 2 LET 4 -LET	Z(1)=MAX. EN Z(2)=MIN. <u>V/D Y-AS IN NANOMETERS</u> Z(1)=INT(Z(1))+10 Z(2)=INT(Z(2))-10 Y1=Z(2)/10 2<25 -THEN GOTO 0590 Y1=0 Y2=10*INT(Y2/10)+10 I1=10 0600 I1=1 X=LOG(Z(3)-7/LOG(10) X=INT(X) F1=10^(-X) X2=Z(3)*F1 2>4 THEN GOTD 0730 X9=INT(X2)-INT(X2+.5) 9<>0 THEN GOTD 0690 Y2=INT(Y2).5	
	0450 0510 0520 0530 0540 0550 0550 0550 0550 0550 0570 0580 0590 0610 0610 06400 06500 0500 0500 00500 00500 00500 00500 00500 00500 0000	.REM 2 -LET 2 LET 2 LET 4 -LET	Z(1)=MAX. EN Z(2)=MIN. <u>V/D Y-AS IN NANOMETERS</u> Z(1)=INT(Z(1))+10 Z(2)=INT(Z(2))-10 Y1=Z(2)/10 2<25 -THEN GOTO 0590 Y1=0 Y2=10*INT(Y2/10)+10 I1=10 0600 I1=1 X=LOG(Z(3)-7/LOG(10) X=INT(X) F1=10^(-X) X2=Z(3)*F1 2>4 THEN GOTO 0730 X9=INT(X2)-INT(X2+.5) 9<>0 THEN GOTO 0690 X2=INT(X2):.5	
	0450 0510 0520 0530 0540 0550 0550 0550 0550 0550 0570 0580 0590 06400 0610 06400 06500 06400 06500 06500 06500 06500 06500 06500 06500 06500 06500 06500 06500 06500 06500 06500 06500 06500 06500 06500 06500 0600 0600 0600 0600 0600 06000 06000000	.REM 2 -LET 2 LET 2 LET 4 -LET 4 -LET 4 -LET 4 -LET 4 -LET 4 -LET 4 -LET 5 -LET	Z(1)=MAX. EN Z(2)=MIN. <u>V/D Y-AS IN NANOMETERS</u> Z(1)=INT(Z(1))+10 Z(2)=INT(Z(2))-10 Y1=Z(2)/10 Y2=Z(1)/10 2C25 THEN GDTO 0590 Y1=0 Y2=10*INT(Y2/10)+10 I1=10 0600 I1=1 X=LOG(Z(3)-7/LOG(10) X=INT(X) F1=10^(-X) X=Z(3)*F1 2>4 THEN GDTD 0730 X9=INT(X2)-INT(X2+.5) 9<>0 THEN GDTD 0690 X2=INT(X2)+.5	
	0450 0500 0510 0520 0530 0540 0550 0550 0550 0560 0570 0580 0590 0600 0610 0620 0640 0640 0640 0640 0640 0640 064	. REM 2 -LET.2 LET.2 LET.Y -LET.Y	Z(1)=MAX. EN Z(2)=MIN. <u>V/D Y-AS IN NANOMETERS</u> Z(1)=INT(Z(1))+10 Z(2)=INT(Z(2))-10 Y1=Z(2)/10 Y2=Z(1)/10 2(25 THEN GDT0 0590 Y1=0 Y2=10*INT(Y2/10)+10 I1=10 0600 I1=1 X=LDG(Z(3)->/E0G(10) X=INT(X) F1=10^(-X) Z=Z(3)*F1 Z>4 THEN GDT0 0730 X9=INT(X2)-INT(X2+.5) 9<>0 THEN GDT0 0690 X2=INT(X2+.5) X1=0	
	0450 0510 0520 0530 0540 0550 0550 0550 0550 0550 055	. REM 2 -LET 2 LET 2 LET 4 -LET 4 -LE	Z(1)=MAX. EN Z(2)=MINV/D_Y_AS_IN_NANOMETERS Z(1)=INT(Z(1))+10 Z(2)=INT(Z(2))-10 Y1=Z(2)/10 Y2=Z(1)/10 Z(25 THEN GDTD 0590 Y1=0 Y2=10*INT(Y2/10)+10 I1=10 0600 I1=10 0600 I1=1 X=LDG(Z(3)+/LOG(10) X=INT(X) F1=10^(-X) X2=Z(3)*F1 Z>4 THEN GDTD 0730 X2=INT(X2)-INT(X2+.5) 9<>0 THEN GDTD 0690 X2=INT(X2)+.5 0700 X2=INT(X2)+.5 X1=0 S2=.5	
	0450 0510 0520 0530 0540 0550 0550 0550 0550 0550 0570 0580 0590 06400 0610 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06700 06700 0700 0	REM 2 LET.2 LET.2 LET.Y LET.Y LET.Y LET.Y LET.Y LET.Y LET.J	Z(1)=MAX. EN Z(2)=MIN. <u>V/D Y-AS IN NANOMETERS</u> Z(1)=INT(Z(1))+10 Z(2)=INT(Z(2))-10 Y1=7(2)/10 Y2=Z(1)/10 2(25 THEN GOTO 0590 Y1=0 Y2=10*INT(Y2/10)+10 I1=10 0600 I1=1 X=LOG(Z(3))/LOG(10) X=INT(X) F1=10^(-X) X2=Z(3)*F1 2>4 THEN GOTO 0730 X9=INT(X2)-INT(X2+.5) 9(>0 THEN GOTO 0690 X2=INT(X2)+.5 0700 X2=INT(X2)+.5 X1=0 S2=.5	
	0450 0510 0520 0530 0540 0550 0550 0550 0550 0550 055	REM 2 LET.7	Z(1)=MAX. EN Z(2)=MIN. V/D Y-AS IN NANOMETERS Z(1)=INT(Z(1))+10 Z(2)=INT(Z(2))-10 Y1=Z(2)/10 Y2=Z(1)/10 2225 -THEN GDT0 0590 Y1=0 Y2=10*INT(Y2/10)+10 I1=10 0600 I1=11 X=LOG(Z(3)-7/LOG(10) X=INT(X) F1=10^(-X) X=Z(3)=F1 224 THEN GDT0-0730 X9=INT(X2)-INT(X2+.5) 9<>0 THEN GOT0 0690 X2=INT(X2)+.5 0700 X2=INT(X2)+.5 0700 X2=INT(X2)+1 X1=0	
	0450 0510 0520 0530 0540 0550 0550 0550 0550 0550 0570 0580 0590 06400 0610 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 0700 07	REM 2 LET 2 LET 2 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 7 LET 7	Z(1)=MAX. EN Z(2)=MIN. <u>V/D Y-AS IN NANOMETERS</u> Z(1)=INT(Z(1))+10 Z(2)=INT(Z(2))-10 Y1=Z(2)/10 Y2=Z(1)/10 2C25 THEN GOTD 0590 Y1=0 Y2=10*INT(Y2/10)+10 I1=10 U1=10 U1=10 Cool Cool Cool Cool Cool Cool Z=INT(X) F1=10^(-X) X=CG(Z(3)-7/LOG(10) X=INT(X) F1=10^(-X) X=INT(X) F1=10^(-X) X=1NT(X)-INT(X2+.5) SC= 15 Cool Cool Cool Cool Cool Cool Cool Coo	
	0450 0510 0520 0530 0540 0550 0550 0550 0550 0550 055	REM 2 LET 2 LET 2 LET 4 LET 4	Z(1)=MAX. EN Z(2)=MIN. <u>V/D Y-AS IN NANOMETERS</u> Z(1)=INT(Z(1))+10 Y1=Z(2)/10 Y2=Z(1)/10 Y2=2(1)/10 Y2=10*INT(Y2/10)+10 I1=10 0600 I1=1 X=LOG(Z(3)-//LOG(10) X=INT(X) F1=10^(-x) X2=Z(3)*F1 2>4 THEN GOTD 0730 X2=INT(X2)-INT(X2+.5) 9<>0 THEN GOTD 0690 X2=INT(X2)+.5 0700 X2=INT(X2)+.5 0700 X2=INT(X2)+1 X1=0 S2=.5 0760 X2=INT(X2)+1 X1=0 S2=1 X1=0 S2=1 X1=0	
	0450 0510 0520 0530 0540 0550 0550 0550 0550 0550 055	REM 2 LET 2 LET 2 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 7 LET 7	Z(1)=MAX. EN Z(2)=MINV/D_Y-AS_IN_NANOMETERS Z(1)=INT(Z(1))+10 Z(2)=INT(Z(2))-10 Y1=Z(2)/10 Y2=Z(1)/10 Z2Z5_THEN_GOTO_0590 Y1=0 Y2=10*INT(Y2/10)+10 I1=10 0.6600 I1=1 X=LDG(Z(3)+/LOG(10) X=INT(X) F1=10^(-X) X2=Z(3)*F1 Z24_THEN_GOTO_0730 X9=INT(X2)-INT(X2+.5) 9<>0 THEN_GOTO_0690 X2=INT(X2)+15 0700 X2=INT(X2)+15 0700 X2=INT(X2)+1 X1=0 S2=.5 0760 X2=INT(X2)+1 X1=0 S2=1 YF121_THEN_LET_Y1=0 Z1=1100	
	0430 0510 0510 0520 0550 0540 0550 0550 0550 0550 0560 0570 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 0700 07	REM 2 LET 2 LET 2 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 7 LET 7	Z(1)=MAX. EN Z(2)=MINV/D_Y-AS_IN_NANOMETERS Z(1)=INT(Z(1))+10 Z(2)=INT(Z(2))-10 Y1=Z(2)/10 Y2=Z(1)/10 Z2Z5_THEN_GOTO_0590 Y1=0 Y2=10*INT(Y2/10)+10 I1=10 0600 I1=1 X=LOG(Z(3))/LOG(10) X=INT(X) F1=10^(-X) X2=Z(3)*F1 Z24_THEN_GOTO_0730 X9=INT(X2)-INT(X2+.5) 9<>0_THEN_GOTO_0730 X9=INT(X2)-INT(X2+.5) 9<>0_THEN_GOTO_0590 X2=INT(X2)+.5 X1=0 S2=.5 0700 X2=INT(X2)+.1 X1=0 S2=.1 Y1=1 Y1=1 Y1=1 Y1=1 Y1=1 Y1=1 Y1=1 Y	
	0490 0510 0510 0520 0530 0540 0540 0550 0560 0570 0560 0570 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 0700 07	REM 2 LET 2 LET 2 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 7 LET 7	Z(1)=MAX. EN Z(2)=MIN. <u>V/D Y-AS IN NANOMETERS</u> Z(1)=INT(Z(1))+10 Z(2)=INT(Z(2))-10 Y1=Z(2)/10 Z(2)=INEN GOTO 0590 Y1=0 	
	0490 0510 0520 0550 0550 0540 0550 0550 0550 0560 0570 0590 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 06400 0700 07	REM 2 LET 2 LET 2 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 7 LET 7	Z(1)=MAX. EN Z(2)=MIN. U/D Y-AS IN NANOMETERS Z(1)=INT(Z(1))+10 Z(2)=INT(Z(2))-10 Y1=Z(2)/10 Y2=Z(2)-THEN GOTO 0590 Y1=0 V2=10*INT(Y2/10)+10 I1=1 .x=LOG(Z(3))/LOG(10) X=INT(X) F1=10^(-X) X2=Z(3)*F1 2>4 THEN GOTO 0730 X9=INT(X2)-INT(X2+.5) 9<0 THEN GOTO 0730 X2=INT(X2)+.5 0700 X2=INT(X2)+.5 0700 X2=INT(X2)+1 X1=0 S2=.5 0700 X2=INT(X2)+1 X1=0 S2=.5 0700 X2=INT(X2)+1 X1=0 S2=.5 0726 X2=INT(X2)+1 X1=0 Z2=5500 Z3=5500 Z3=5500 Z4=1100 As="IN:FA",STR\$(Z1),",",STR\$(Z4),":PD:"	
	0490 0510 0520 0550 0550 0550 0550 0550 055	REM 2 LET 2 LET 2 LET 2 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 7 LET 7	Z(1)=MAX. EN Z(2)=MIN. U/D Y-AS IN NANOMETERS Z(1)=INT(Z(1))+10 Z(2)=INT(Z(2))-10 Y1=2(2)/10 Y2=2(1)/10 Y2=10*INT(Y2/10)+10 T1=10 0600 L1=11 X=LOG(Z(3))/LOG(10) X=INT(X) F1=10^(-X) X2=Z(3)*F1 Z2=Z(3	
	0490 0510 0520 0550 0550 0540 0550 0550 0550 0560 0570 0580 06400 0640 0640 0640 0640 0640 0640 0	REM 2 LET 2 LET 2 LET 2 LET 4 LET 4	Z(1)=MAX. EN Z(2)=MINV/D_Y_AS_IN.NANOMETERS Z(1)=INT(Z(1))+10 Z(2)=INT(Z(2))-10 Y1=Z(2)/10 2C25_THEN_GDT0_0590 Y1=0 2C25_THEN_GDT0_0590 Y1=0 C0600 I1=1 X=LOG(Z(3)>/EOG(10) X=INT(X) F1=10^(-X) X2=Z(3)*F1 Z24_THEN_GOTD_0730 X2=INT(X2)+INT(X2+,5) 9C>0_THEN_GOTD_0690 X2=INT(X2)+.5 0700 X2=INT(X2)+.5 0700 X2=INT(X2)+1 X1=0 S25 0760 X2=INT(X2)+1 X1=X	
	0490 0510 0520 0550 0550 0550 0550 0550 055	REM 2 LET 2 LET 2 LET 2 LET 4 LET 4	<pre>Z(1)=MAX. EN Z(2)=MIN. V/D. Y-AS IN. NANOMETERS Z(1)=INT(Z(1))+10 Z(2)=INT(Z(2))-10 Y1=Z(2)/10 Y2=Z(1)/10 Z(2)/10 Y2=Z(1)/10 I1=10 I1=10 V2=L04INT(Y2/10)+10 I1=1 X=L06(Z(3)+/L06(10) X=INT(X) F1=10^-(-X) X2=Z(3)*F1 Z2-Z(3)*F1 Z</pre>	
	0490 0510 0520 0550 0550 0540 0550 0550 0550 0560 0570 0580 06400 0640 0640 0640 0640 0640 0640 0	REM 2 LET 2 LET 2 LET 7 LET 4 LET 4	Z(1)=MAX. EN Z(2)=MIN. <u>V/D. Y-AS_IN.NANOMETERS</u> Z(1)=INT(Z(1))+10 Z(2)=INT(Z(2))-10 Y1=Z(2)/10 2C25 THEN GOTD 0590 Y1=0 2C25 THEN GOTD 0590 Y1=0 C225 THEN GOTD 0590 Y1=10 C400 I1=1 X=LOG(Z(3)-Y/EGG(10) X=INT(X2) F1=10^(-X) X=V0(Z(3)-Y/EGG(10) X=INT(X2) F1=10^(-X) X=V1(X2)-INT(X2+,5) S2=X5 THE GOTD 0690 X2=INT(X2)+15 X1=0 S2=1 /F1>1 THEN LET Y1=0 Z1=10 Z2=4500 Z2=4500 Z2=4500 Z2=500 Z4=1100 As="PA",STR\$(Z1),",",STR\$(Z4+Z3),";PD;"	
	0490 0510 0520 0550 0550 0540 0550 0550 0550 0560 0570 0580 06400 0640 0640 0640 0640 0640 0640 0	REM 2 LET 2 LET 2 LET 2 LET 4 LET 4	Z(1)=MAX. EN Z(2)=MIN. <u>V/D V-AS IN NANOMETERS</u> Z(1)=INT(Z(1))+10 Z(2)=INT(Z(2))-10 Y1=Z(1)/10 2(25 THEN GOTO 0590 Y1=0 Y2=10+INT(Y2Z10)+10 I1=1 Automatical Systems V2=10+INT(Y2Z10)+10 I1=1 X=LOG(Z(3))/LOG(10) X=INT(X) F1=10^-(-X) X2=Z(3)*F1 Z24 THEN GOTO 0730 X2=INT(X2)-INT(X2+.5) 9C>0 THEN GOTO 0730 X2=INT(X2)+15 0700 X2=INT(X2)+15 S2=1 Z1=10 Z2=5 S2=5 S2=5 S2=5 S2=1 Z1=100 Z2=4500 Z2=4500 Z2=4500 Z2=5500 Z4=1100 As="PR", STR\$(Z1),",",STR\$(Z4+Z3),";PD;" B 2140 As="PR", STR\$(Z1,",0,0,",STR\$(Z+Z3),";PU;"	
	0490 0510 0520 0550 0550 0550 0550 0550 055	REM 2 LET 2 LET 2 LET 7 LET 4 LET 4	<pre>Z(1)=MAX. EN Z(2)=MIN. V/D V-AS IN. NANOMETERS Z(1)=INT(Z(1))+10 Z(2)=INT(Z(2))-10 Y1=Z(1)/10 2(25 THEN GOTO 0590 Y1=0 2(25 THEN GOTO 0590 Y1=0 V2=10*INT(Y2/10)+10 I1=1 X=LOG(Z(3)+/LOG(10) X=INT(X) F1=10^-(-X) Z=Z(3)*f1 Z=X INT(X) F1=10^-(-X) Z=INT(X2)+IN(X2+,5) S(2) THEN GOTO 0690 X2=INT(X2)+IN(X2+,5) S(2) THEN GOTO 0690 Z2=INT(X2)+IN(X2+,5) S(2) S(2) THEN GOTO 0690 Z2=INT(X2)+IN(X2+,5) S(2) S(2) THEN LET Y1=0 Z1=1100 Z2=S500 Z3</pre>	
	0490 0510 0520 0550 0550 0550 0550 0550 055	REM 2 LET 2 LET 2 LET 2 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 7 LET 7	<pre>Z(1)=MAX. EN Z(2)=MIN. V/D V-AS IN. NANOMETERS Z(1)=INT(Z(1))+10 Z(2)=INT(Z(2))-10 V1=Z(2)/10 Z(2)=INT(Z/2))-10 Z(2) FTHEN -GOTO 0590 Z(2) Z(1)=NT(Y2/10)+10 I1=10 0600 I1=1 X=LDG(Z(3))/LOG((0) X=INT(X) F1=10^(-X) X2=Z(3)*F1 Z2=INT(X2)+INT(X2+5) 9<>0 THEN GOTO 0690 X2=INT(X2)+INT(X2+5) 9<>0 THEN GOTO 0690 X2=INT(X2)+5 X1=0 S2=5 0760 X2=INT(X2)+1 X1=0 S2=1 /F1>1 THEN LET V1=0 Z1=100 Z2=4500 Z3=5500 Z4=1100 As="PR",STR\$(Z1),",",STR\$(Z4+Z3),";PD;" B 2140 As="PR",STR\$(Z1,",0,0,",STR\$(-Z3),";PU;" B 2140 As="PR",STR\$(Z1,",0,0,",STR\$(-Z3),";PU;" B 2140 As="PR",STR\$(Z1,",0,0,",STR\$(-Z3),";PU;" B 2140 As="PR",STR\$(Z1,",0,0,",STR\$(-Z3),";PU;" B 2140 As="PR",STR\$(Z1,",0,0,",STR\$(-Z3),";PU;" B 2140 As="PR",STR\$(-Z2),",0,0,",STR\$(-Z3),";PU;" B 2</pre>	
	0490 0510 0520 0550 0550 0550 0550 0550 055	REM 2 LET 2 LET 2 LET 2 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 7 LET 7	<pre>Z(1)=MAX. EN Z(2)=MIN. U/D Y-AS IN. NANOMETERS Z(1)=INT(Z(1))+10 Z(2)=INT(Z(2))-10 Y1=Z(2)/10 Y2=Z(1)/10 C225_THEN_GDTD_0590 Y1=0 I1=1 0 0600 I1=1 0 X=INT(Y2/10)+LOG(10) X=INT(X) F1=10^(-X) Y2=Z(3)+F1 Y2=Z(3) Y2=Z(3)+F2 Y2=Z(3</pre>	
	0490 0510 0520 0550 0550 0550 0550 0550 055	REM 2 LET 2 LET 2 LET 2 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 4 LET 7 LET 7	<pre>Z(1)=MAX. EN Z(2)=MIN. U/D Y-AS_IN.MANOMETERS Z(1)=INT(Z(1))+10 Z(2)=INT(Z(2))-10 Y1=7(2)/10 Z(2)=THEN GDT0 0590 Y1=0 Z(2)=THEN GDT0 0590 Y1=0 Z(2)=NT(Y2/4)0+10 I1=10 .0600 T1=1 X=LOG(Z(3))/LOG(10) X=INT(X) F1=10^-(X) X2=Z(3)*F1 Z24 THEN GDT0 0730 X2=INT(X2)-INT(X2+5) S(2) Z2=INT(X2)+J Z(2)=INT(Z)+J(Z)+Z(2)=IEPS2 Z(2)=INT(Z)+J(Z)+Z(2)=IEPS2 Z(2)=INT(Z)+J(Z)+Z(2)=IEPS2 Z(2)=INT(Z)+Z(2)=IEPS2 Z(2)=IPS2 Z(2</pre>	

```
0970 FOR I=X2 TO X1-S2/2 STEP -S2
             LET X=INT(Z1+(I-X1)/(X2-X1)*Z2)
       0280
       0220
             LET A$="PA",STR$(X),",",STR$(Z3+Z4),";XT;"
      1000
             GOSUB 2140
     1010 NEXT I
     1030
             LET Y=INT(Z4+(I-Y1)/(Y2-Y1)*Z3)
             LET A$="PA", STR$(Z1), ", ", STR$(Y), "; YT; "
     1040
    GOSUB 2140
             IF Y2<25 THEN GOTO 1090
IF INT(I/10)<>I/10 THEN GOTO 1120
   1060
  - 1070
1080
             GOTO 1100
                                           1090 -
             IF INT(1/5) C)1/5 THEN GOTO 1120
             LET A$="PR-380,-50;LB",STR$(10*I),"<3>;"
            GOSUB 2140
FXT I
    1120 NEXT I
 1130 LET A$="PA",STR$(Z1/2-400),",",STR$(Z4+Z3/3),";"
1140 GOSUB 2140
1150 LET A$="PD;PR0,1000,-50,-200;PU;PR100,0;PB;PR-50,200;PU;"
1160 GOSUB 2140
     _____1170 LET A$="PR70,100;SI.3,.5;DIO,1;LBDIKTE,__(nm)(3);SI;DI;"
1180 GOSUB 2140
1170 LET A$="PA",STR$(Z1+Z2/3),",",STR$(Z4/2),";"
1200 GOSUB 2140
     1210 LET A$="PD;PR1000,0,-200,-50;PU;PR0,100;PD;PR200,-50;PU;"
1220 GOSUB 2140
      1230 LET A$="PR300,-100;SI.3,.5;LBtijd/<32;SI;LB",STR$(1/F1),"<32;SI.3,.5;
1240 LET A$=A$, "LB , (sec)<3>;SI;"
   1250 GOSUB 2140
1260 LET A$="PU; SM; "
     1270 GOSUB 2140
       1290 FOR I=1 TO S1
       1300 -LET X=R(I,1)*F1
   1310 LET X=(X-X1)/(X2-X1)*Z2+Z1

1320 LET X$=STR$(INT(X))

1330 LET Y=R(I,2)/10

1340 LET Y=(Y-Y1)/(Y2-Y1)*Z3+Z4
                                                                                       .....
     1350 LET Y$=STR$(INT(Y))
1360 IF Z9=1 THEN GOTO 1410
       1370 ___LET_A$="FA",X$,",",Y$,";FD;"
1380 ____60SUB-2140
       1390 LET Z9=1
1400 G0T0 1430
       1410-___LET_A$="PA",X$,",",Y$,";"
1420----GOSUB 2140
       1430-NEXT-1-
       1440-LET-A$⇒"PU}SM;"
       1450 GOSUB 2140
       1460 PRINT
       1470 PRINT
       1480 INPUT "CHANGE PEN (CR)",A$
      _1490_LET_A$="PA",STR${Z1+Z2},<u>",",STR</u>${Z4},<u>"</u>;PD1!
1500-605UB-2140
       1510_LET_A$="PR.0.".STR$(Z3).":PU:"
       1520 GOSUB 2140
       1530_F0R_I=0_T0_1.3_STEP_.2____
1540 LET_Y=INT(24+I/1.2*Z3)
       1550____LET_A$="PA",STR$(Z1+Z2),<u>",",S</u>TR$(Y),";YT;
1560____GOSUB_2140
       1570 LET A$="PR+170,-50;LB",STR$(L),"<3>;"
1580 COSUB 2140
       1590 NEXT -I
1600-LET A$="PA";STR$(Z1+Z2+600);";";STR$(Z4+Z3/5);";"
       1610 GOSUB 2140
       1620 LET A$="PD; PR0, 1000, -50, -200; PU; PR100, 0; PD; PR-50, 200; PU; "
       1630 GOSUB 2140 ____
     1640 LET A$="PR70,100;DI0,1;LBRELATIEVE REFLECTIE, (a.u.)<3>;SI;DI;"
       1650 GOSUB 2140 ----
     1660 LET A$="PU; SM;"
       1670 GOSUD 2140- --
      -1680 LET -P9=0
     -1700 -- LET-X=R(I,1)*F1
       1690 FOR I=1 TO S1
      1720 LET X$=STR$(INT(X))
1730
1740
             LET Y=R(I,3)*Z3/1.2+Z4
LET Y$=STR$(INT(Y))
    IF P9=1 THEN GOTO 1800
  1760
             LET A$="PA", X$, ", ", Y$, "; PD; "
             GOSUB 2140
     -1780
            LET P9=1 ----
      __1790
             GOTO 1320
             LET A$="PA", X$, ", ", Y$, "; "_____
     - 1800
 GOSUB 2140
      1310
                                                            -----
  ...... 1820 NEXT I .....
  1830 LET A$="PU;"
                                                         5-0-Q
      1840 GOSUB 2140
  11.14
       1850 PRINT
```

```
1700 LET X=R(1,1)*F1

1710 LET X=(X-X1)/(X2-X1)*Z2+Z1

1720 LET X$=$TR$(INT(X))

1730 LET Y=R(1,3)*Z3/1.2+Z4

1740 LET Y$=$TR$(INT(Y))

1750 IF F9=1 THEN GOTO 1800

1760 LET A$="PA",X$,",",Y$,";PD;"

1770 COSUB 2140
    1770 GOSUB 2140
1780 LET P9=1
1790 GOTO 1320
           GOTO 1320
             GOTO 1820
LET A$="PA",X$,",",Y$,";"
GOSUB 2140
EXT I
      1800
                                               المتعالية والمتعالية
      1810
     1310 LUSOB 1140
1820 NEXT I
1830 LET A$="PU;"
1840 GOSUB 2140
                                                                 1850 PRINT
1860 INPUT "CHANGE PEN (CR)",A$
    1860 INPUT "CHANGE PEN (CR)",4%

1870 LET A$="PA",STR$(Z1-50),",",STR$(Z3+Z4+700),",;"

1880 GOSUB 2140

1890 LET A$="SI.2,.4;LB**** DIKTE VAN EEN ZEEPVLIES "

1900 LET A$=A$,"ALS FUNCTIE VAN DE TYD ****<3>;SI;"

1910 GOSUB 2140
                                                                                                          1920 LET A$="PA",STR$(Z1+Z2+1000),",",STR$(Z4+700),",;"
                                                                                                      -1930 GOSUB 2140
1940 LET A$="LBGOLFLENGTE(nm):",STR$(P2),"<13><10><3>"
                                                           A Draw Break
      1950 GOSUB 2140
      1960 LET A$="LBREFLECTIEHOEK(9rd):",STR$(P3),"<13><10><10><3>"
      1970 GOSUB 2140
1980 LET A$="LBBREKINGSINDEX:",STR$(P1),"<3>"
    1990 GOSUB 2140
2000 LET A$="PA",STR$(Z1+Z2+1500),",",STR$(Z3+Z4+1000),";PD;"
                                                                              TR X
     2010 G0SUB 2140
      2020 LET A$="PR1600,0,0,-600,-1600,0,0,600;PU;"
    2030 GOSUB 2140
2040 LET A$="PR150,-250;"
2050 GOSUB 2140
 2030 GOSUB 2140
                                                                                                                    10.00
  2050 GOSUB 2140
2060 LET A$="SI.15,.30;LDVan 't Hoff lab.<13><10><3>"
                                                                                                        2070 GOSUB 2140
2080 LET A$="LB der R.U.U.<3>"
- 2090 GOSUB 2140
-2100 LET A$="IN;"
-2110 GOSUB 2140
2120 CLOSE FILE (6)
2130 END
2140 LWRITE FILE (6),"<17>",Z$
2150 INPUT FILE (6),X$
2160 LWRITE FILE (6),A$,Z$
                                                                          2170 RETURN
74년 14 - 전문 - 소리
                                                                                                      سی درج میں۔
میں درج میں۔
مرجم میں میں میں میں
                                                                      in an an Alaman
Alaman
Alaman an
```

G

د بدست د میر بود.